

# Untersuchung einer Leistungskombinations-Schaltung mit Feed Forward-Linearisierung

Von der Fakultät für Ingenieurwissenschaften,  
Abteilung Elektrotechnik und Informationstechnik,  
der Universität Duisburg-Essen  
zur Erlangung des akademischen Grades eines  
Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.)  
genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Ing. Mohammad Reza Motavalli Kasmaei  
aus  
Rasht/Iran

Gutachter: Prof. Dr. Ing. Klaus Solbach  
Prof. Dr. Ing. Rainer Kokozinski  
Tag der mündlichen Prüfung: 07.10.2010

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Einführung</b>	<b>1</b>
1.1	Charakterisierung des Mobilfunksystems . . . . .	1
1.2	Nichtlineare Hochfrequenz Verstärker . . . . .	7
1.3	Intermodulationsprodukt-Verzerrungen . . . . .	12
1.4	Ziel und Strukturierung der Dissertation . . . . .	20
<b>2</b>	<b>Linearisierungstechnik</b>	<b>21</b>
2.1	Linearisierungskonzept . . . . .	21
2.2	Neues Linearisierungskonzept: <i>FF</i> -Power Combiner . . . . .	23
2.3	<i>3IMD</i> -Unterdrückung in <i>FF</i> -Power Combiner-Schaltung . . . . .	29
<b>3</b>	<b>Mathematischer Modell-Aufbau</b>	<b>35</b>
3.1	Modellbildung mit Taylor-Reihe . . . . .	35
3.1.1	Aufstellung der mathematischen Gleichungen mit Intercept Point . . . . .	40
3.2	Optimale Approximation der Leistungsübertragungsfunktion mit Hilfe der Taylor-Reihe . . . . .	47
3.2.1	Optimierungsverfahren und Bestimmung der Taylor-Koeffizienten . . . . .	51
3.3	Modellbildung mit der Volterra-Reihe . . . . .	58
3.3.1	Optimale Approximation der Parameter mit Hilfe der komplexwertigen Taylor-Reihe . . . . .	68
3.3.2	Optimierungsverfahren und Bestimmung der Parameter . . . . .	75
3.4	Diskussion . . . . .	83
<b>4</b>	<b>Aufbau und Vermessung der gesamten Schaltung</b>	<b>85</b>
4.1	Aufbau und Charakterisierung der Leistungsverstärker . . . . .	85
4.2	Untersuchung der Linearisierungs-Schaltung . . . . .	90
4.2.1	Aufbau der gesamten Schaltung . . . . .	90
4.2.2	Simulation der gesamten Schaltung . . . . .	96
4.2.3	Ergebnisse von Messung und Simulation . . . . .	109
4.3	Empfindlichkeitsanalyse . . . . .	122
4.4	Diskussion . . . . .	125
<b>5</b>	<b>Andere Eigenschaften der Schaltung</b>	<b>127</b>
5.1	Rauschunterdrückung . . . . .	127
5.2	Wirkungsgrad . . . . .	132
5.3	Stabilität . . . . .	136

<b>6 Zusammenfassung</b>	<b>139</b>
<b>A Anhang</b>	<b>141</b>
A.1 Einton-Messung (Taylor Reihe) . . . . .	141
A.2 Zweiton-Messung (Taylor Reihe) . . . . .	144
A.3 Gewichtsfaktoren und ihre Zusammenhänge mit Vorzeichen der Taylor- Ko- effizienten . . . . .	147
A.4 Zweiton-Messung (Volterra Reihe) . . . . .	151
A.5 Simulationsergebnis für Leistungsverstärkermodellierung mit Eingangsleis- tungen bis -9 dBm . . . . .	155
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>159</b>

# Abbildungsverzeichnis

1.1	Eine GSM-Systemarchitektur . . . . .	3
1.2	FDMA/TDMA Zugriffsverfahren . . . . .	4
1.3	Frequenz- und Zeitduplex (schematisch) . . . . .	6
1.4	Nichtlineare Leistungsverstärker . . . . .	9
1.5	Eingangs- Ausgangscharakterisierung (Leistungsübertragungsfunktion) von Leistungsverstärkern (Zahlenwerte beispielhaft) . . . . .	10
1.6	Eingangs- Ausgangscharakterisierung (Phasenverlauf) von Leistungsverstärkern (Zahlenwerte beispielhaft) . . . . .	11
1.7	Ausgangssignal für eine sinusförmige Aussteuerung. (a) Frequenz- (b) Zeitbereich . . . . .	13
1.8	Ausgangssignal für zwei sinusförmige Aussteuerungen. (a) Frequenz- (b) Zeitbereich . . . . .	14
1.9	Interferenz zwischen Nachbarkanälen im Mobilkommunikationssystem . . . . .	16
1.10	Nähe-Weit Effekt in Mobilkommunikationssystem . . . . .	17
1.11	Spannungs-Einhüllende (Envelope) für 4 sinusförmige Signale . . . . .	18
2.1	Schaltbild eines klassischen $FF$ -Verstärker . . . . .	23
2.2	Konzept des $FF$ -Power Combiner Amplifier . . . . .	25
2.3	$FF$ -Power Combiner-Konzept . . . . .	30
2.4	Konventioneller paralleler Leistungsaddierer . . . . .	34
3.1	Messwerte des Leistungsverstärkers A . . . . .	36
3.2	Messwerte des Leistungsverstärkers B . . . . .	37
3.3	Idealisierte Übertragungsfunktion von "Linear"-Verstärkern . . . . .	39
3.4	Erzeugte Intermodulationsprodukte höherer Ordnung am Ausgang des Leistungsverstärkers . . . . .	40
3.5	Klassische Bestimmung der Intercept-Points . . . . .	42
3.6	Messergebnisse des Leistungsverstärkers A mit Darstellung der zwei Produkte jeder Intermodulationsordnung . . . . .	45
3.7	Messergebnisse des Leistungsverstärkers B mit Darstellung der zwei Produkte jeder Intermodulationsordnung . . . . .	46
3.8	Messung- und Modell-Vergleich des Leistungsverstärkers A . . . . .	54
3.9	Messung- und Modell-Vergleich des Leistungsverstärkers B . . . . .	55
3.10	Block-Diagramm eines nichtlinearen Systems dargestellt durch eine Volterra-Reihe im Frequenzbereich . . . . .	61
3.11	Gemessener Betrag- und Phasen-Verlauf der Verstärkung bei Eintonaussteuerung über dem Eingangspegel für den Leistungsverstärker A . . . . .	66

3.12	Gemessener Betrag- und Phasen-Verlauf der Verstärkung bei Eintonaussteuerung über dem Eingangspegel für den Leistungsverstärker B . . . . .	67
3.13	Modellierung der Übertragungsfunktion und der verschiedenen <i>IMD</i> -Produkte des Leistungsverstärkers A mit Meßwerten bis ca. -11 dBm Input Power bei Zweitonaussteuerung und -5 dBm bei Eintonaussteuerung . . . . .	77
3.14	Modell und Meßwerte der Verstärkung (Betrag und Phase) des Leistungsverstärkers A bei Eintonaussteuerung (Modellierung mit Messwerten bis ca. -11 dBm Input Power bei Zweitonaussteuerung und -5 dBm bei Eintonaussteuerung) . . . . .	77
3.15	Modellierung der Übertragungsfunktion und der verschiedenen <i>IMD</i> -Produkte des Leistungsverstärkers B mit Meßwerten bis ca. -11 dBm Input Power bei Zweitonaussteuerung und -5 dBm bei Eintonaussteuerung . . . . .	78
3.16	Modell und Meßwerte der Verstärkung (Betrag und Phase) des Leistungsverstärkers B bei Eintonaussteuerung (Modellierung mit Messwerten bis ca. -11 dBm Input Power bei Zweitonaussteuerung und -5 dBm bei Eintonaussteuerung) . . . . .	78
3.17	Modellierung der Übertragungsfunktion und der verschiedenen <i>IMD</i> -Produkte des Leistungsverstärkers A mit Meßwerten bis ca. -9 dBm Input Power bei Zweitonaussteuerung und -5 dBm bei Eintonaussteuerung . . . . .	80
3.18	Modell und Meßwerte der Verstärkung (Betrag und Phase) des Leistungsverstärkers A bei Eintonaussteuerung (Modellierung mit Messwerten bis ca. -9 dBm Input Power bei Zweitonaussteuerung und -5 dBm bei Eintonaussteuerung) . . . . .	81
3.19	Modellierung der Übertragungsfunktion und der verschiedenen <i>IMD</i> -Produkte des Leistungsverstärkers B mit Meßwerten bis ca. -9 dBm Input Power bei Zweitonaussteuerung und -5 dBm bei Eintonaussteuerung . . . . .	81
3.20	Modell und Meßwerte der Verstärkung (Betrag und Phase) des Leistungsverstärkers B bei Eintonaussteuerung (Modellierung mit Messwerten bis ca. -9 dBm Input Power bei Zweitonaussteuerung und -5 dBm bei Eintonaussteuerung) . . . . .	82
4.1	Ketten-Verstärker als Leistungsverstärker . . . . .	85
4.2	Messaufbau zur Zweiton-Messung des Leistungsverstärkers . . . . .	86
4.3	Messaufbau zur komplexen Verstärkung des Leistungsverstärkers . . . . .	86
4.4	Aufgebauter Messplatz für die Zweiton-Messung des Leistungsverstärkers . . . . .	87
4.5	Aufgebauter Messplatz für die komplexe Verstärkung des Leistungsverstärkers . . . . .	88
4.6	Messaufbau zur Realisierung der gesamten Schaltung . . . . .	90
4.7	Aufgebauter Messplatz für die Gesamtesschaltung . . . . .	93
4.8	Detail-Bild des aufgebauten Messplatz . . . . .	94
4.9	Detail-Bild des aufgebauten Messplatz . . . . .	94
4.10	Detail-Bild des aufgebauten Messplatz . . . . .	95
4.11	Signalflussdiagramm . . . . .	100
4.12	Vergleich von Messung und Modellierung des Verstärkungsbetragsverlaufs des Leistungsverstärkers A für Ein- und Zweitonaussteuerung . . . . .	103

4.13	Vergleich von Messung und Modellierung des Verstärkungsbetragsverlaufs des Leistungsverstärkers B für Ein- und Zweitonaussteuerung . . . . .	104
4.14	Modellierung des Phasengangs des Leistungsverstärkers A bzw. B bei der Zweitonaussteuerung . . . . .	105
4.15	Auf die Schwebungsamplitude der Nutzsignale vor dem Verstärker A bezogener Amplitudenbetrag der Schwebungen der Nutzsignale und <i>3IMD</i> -Produkte vor dem Leistungsverstärker B, eingestellt für $P_{in} = +3$ dBm . .	106
4.16	Simulation-Ergebnis der gesamten Schaltung bei Schleifenabstimmung auf den Eingangspegel $P_{in} \approx +3$ dBm . . . . .	108
4.17	Mess- und Simulation-Ergebnis der gesamten Schaltung mit <i>3IMD</i> -Pegeln für beide Lagen sowie Simulationsergebnis für den konventionellen Power Combiner . . . . .	109
4.18	Pegelverläufe im Punkt $B_1$ und $B_2$ vor dem Leistungsaddierer, eingestellt für $P_{in} \approx +3$ dBm . . . . .	111
4.19	Schwebung (Einhüllende) des Spannungssignals für $P_{in} \approx +3$ dBm vor dem Leistungsverstärker B . . . . .	112
4.20	Phasen-Verlauf der Ausgangssignale der beiden Leistungsverstärker für Nutzsignale und <i>3IMD</i> -Produkte vor dem Ausgangsaddierer, eingestellt für $P_{in} \approx +3$ dBm . . . . .	113
4.21	Pegelverläufe vor dem Leistungsaddierer, eingestellt für $P_{in} \approx -3$ dBm . . .	114
4.22	Phasenverläufe vor dem Leistungsaddierer, eingestellt für $P_{in} \approx -3$ dBm . .	114
4.23	Vergleich der berechneten Ausgangsleistungen des FF-Power Combiner und des konventionellen Power Combiner bei Schleifenabstimmung auf $P_{in} \approx -3$ dBm . . . . .	115
4.24	Spitzenamplitude der Schwebungen der Nutzsignale und <i>3IMD</i> -Produkte vor dem Leistungsverstärker B bezogen auf die Schwebungsamplitude der Nutzsignale an Leistungsverstärker A, eingestellt für $P_{in} \approx -21$ dBm . . . .	116
4.25	Pegelverläufe im Punkt $B_1$ und $B_2$ vor dem Leistungsaddierer, eingestellt für $P_{in} \approx -21$ dBm . . . . .	117
4.26	Phasenverläufe der Ausgangssignale der beiden Leistungsverstärker für Nutzsignale und <i>3IMD</i> -Produkte vor dem Ausgangsaddierer, eingestellt für $P_{in} \approx -21$ dBm . . . . .	118
4.27	Vergleich der berechneten Ausgangsleistungen des FF-Power Combiner und des konventionellen Power Combiner bei Schleifenabstimmung auf $P_{in} \approx -21$ dBm . . . . .	118
4.28	Betrag und Phase der Verstärkung des Leistungsverstärkers A . . . . .	119
4.29	Verstärkung und Gruppenlaufzeit des Leistungsverstärkers A . . . . .	120
4.30	Frequenzabhängigkeit der Linearisierungsschaltung . . . . .	121
4.31	Abweichung der Ausgangssignale einer Kombinationsschaltung in Abhängigkeit des Phasenfehlers bei $\delta u=0$ . . . . .	124
4.32	Abweichung der Ausgangssignale in Abhängigkeit des Betragsfehlers bei $\delta \varphi=0$	124
5.1	Rauschzahl-Untersuchung der gesamten Schaltung . . . . .	128
5.2	Stabilitätsuntersuchung der Schaltung . . . . .	137

A.1	Vergleich der Messung mit Modell-Ergebnissen des Leistungsverstärkers A mit $N=3$ und $\frac{G_1}{G_3} = 1$ . . . . .	148
A.2	Vergleich der Messung mit Modell-Ergebnissen des Leistungsverstärkers A mit $N=3$ und $\frac{G_1}{G_3} = 100$ . . . . .	148
A.3	Vergleich der Messung mit Modell-Ergebnissen des Leistungsverstärkers A mit $N=5$ und $\frac{G_1}{G_3} = 1$ . . . . .	149
A.4	Vergleich der Messung mit Modell-Ergebnissen des Leistungsverstärkers A mit $N=5$ und $\frac{G_1}{G_3} = 100$ . . . . .	150
A.5	Simulations-Ergebnis der gesamten Schaltung bei Schleifenabstimmung auf den Eingangspegel $P_{in} \approx +3$ dBm . . . . .	155
A.6	Vergleich von Messung und Modellierung des Verstärkungsbetragsverlaufs des Leistungsverstärkers A für Ein- und Zweitonaussteuerung . . . . .	156
A.7	Vergleich von Messung und Modellierung des Verstärkungsbetragsverlaufs des Leistungsverstärkers B für Ein- und Zweitonaussteuerung . . . . .	157
A.8	Pegelverläufe vor dem Leistungsaddierer, eingestellt für $P_{in} \approx +3$ dBm . .	157
A.9	Phasenverläufe vor dem Leistungsaddierer, eingestellt für $P_{in} \approx +3$ dBm .	158

# 1 Einführung

## 1.1 Charakterisierung des Mobilfunksystems

Das Hauptziel jedes Kommunikationssystems ist die Übertragung der Informationen zwischen Sender und Empfänger ohne spürbare Störungen für andere Kommunikationssysteme oder andere Kommunikationsbenutzer.

In der Realität ist die Kapazität der Kommunikationskanäle durch einige Phänomene wie Verzerrungen, Bandbreite und Rauschen etc. begrenzt. Mit der Entwicklung der Technik ist immer mehr mit solchen Begrenzungen gekämpft worden und somit ist die Qualität der Systeme im Laufe der Zeit ständig verbessert worden. Besonders in dem letzten Jahrzehnt wurden die Kommunikationssysteme drastisch weiter entwickelt. Wegen seiner besonderen Anforderungen an die Linearität von Leistungsverstärkern wird im Folgenden das moderne Mobilfunksystem betrachtet.

Die erste Generation (1G) der Mobilfunksysteme *AMPS* (Advance Mobil Phone Service), das auf analoger Technologie basiert, wurden schon Anfangs 1980 in USA entwickelt [(HM05)].

Aus der Sicht der Europäer gab einige Schwachpunkte und weitere Anforderungen, die verbessert und nachgearbeitet werden mussten, nämlich:

- Entwicklung einer besseren Systemqualität
- Höhere Kapazität des Mobilfunknetzes
- Gemeinsame Übertragung von Stimme und Daten
- Benützung von gleichen Mobilfunkendgeräten in allen Ländern, in denen das neue System eingeführt wird

Deshalb haben sich die Europäer auf einen uniformen Standard für eine zweite Generation (2G) von den Mobilfunksystem *GSM* (Group Special Mobile) Anfangs 1990 geeinigt. Die zweite Generation (2G), die auf digitaler Technologie basiert, bietet einige zusätzliche Vorteile gegenüber 1G, nämlich:



- Komplexität der Base-Station (*BS*) ist reduziert und die Kapazität des Systems ist vergrößert worden
- Datendienste sind ein fester Bestandteil im System geworden
- Die Betriebsdauer der Batterien in den Mobilteilen wurde erhöht

Der extreme Bedarf einer höheren Qualität und Quantität in der Datenübertragung sowie die Standardisierung der Mobilkommunikationssysteme waren die Motive zu der Gründung der dritten Generation (*3G*) der Mobilfunkssysteme *3GPP* (3Generation Partnership Project), die am Ende 1998 gegründet worden ist [(Gol05)], [(Asi07)].

Das Ziel der dritten Generation (*3G*) war die Standardisierung einer technischen Beschreibung für die Entwicklung als auch die Unterstützung des internet basierten Services. Insgesamt hat dieses System (*3G*) eine höhere Kapazität und eine bessere Qualität im Vergleich mit den anderen beiden Systemen und auch höhere Zugangsgeschwindigkeiten zu anderen Multimedia-Systemen.

Um ein besseres Verständnis von *GSM*, das im Generationssystem *2G* benutzt wird, zu haben, wird hier zuerst der Grundbestandteil von *GSM* kurz dargestellt und erklärt.

Die Abbildung 1.1 zeigt die prinzipiellen Elemente eines typischen *2G* Kommunikationssystems *GSM*. Eine Basis-Station (*BS*), die ein wichtiges Subsystem in *GSM* ist, besteht aus zwei unteren Subsystemen, *BTS* (Base Transceiver Station) und *BSC* (Base Station Controller), wie in der Abbildung 1.1 deutlich ist. Während der *BSC* zur Realisierung funktechnischer Steuerungsaufgaben dient, führt der *BTS* den übertragungstechnischen Teil der Funkstrecke aus und bildet die Funkschnittstelle zu den mobilen Endgeräten *MS* (Mobile Station).

Der *BTS* besteht aus dem Funkkanal und Sender- und Empfänger-Antenne auf einem Turm. Ein *BSC* kann mehrere *BTS* bedienen.

Mit dem *MSC* (Mobile Switching Center) werden die Verbindungen zwischen den Teilnehmern im öffentlichen Telefonnetz und den mobilen-Teilnehmern im Funknetz aufgebaut. Der *MSC* steuert und überwacht alle *BSC*, die ihrem Vermittlungs- und Funkversorgungsbereich zugeordnet sind. Ein *MSC* kann mehrere *BSC* bedienen. Außer *MSC* gibt es noch weitere Komponenten wie *VLR*<sup>1</sup> (Visitors Location Register), *HLR*<sup>2</sup> (Home Location Register),  $\dots$ , als Vermittlungssystem, die zur Vermittlung für öffentliches Netz verantwortlich sind (Abbildung 1.1).

---

<sup>1</sup>Das *VLR* ist eine Datei in der alle Mobilteilnehmer registriert sind, das zu einem bestimmten Zeitpunkt im Funkversorgungsbereich einer *MSC* aktiv sind, d. h. ihre Mobilgerät eingeschaltet haben.

<sup>2</sup>Die Heimatdatei *HLR* enthält die relevanten Daten aller in einem *MSC* Bereich registrierten Teilnehmer

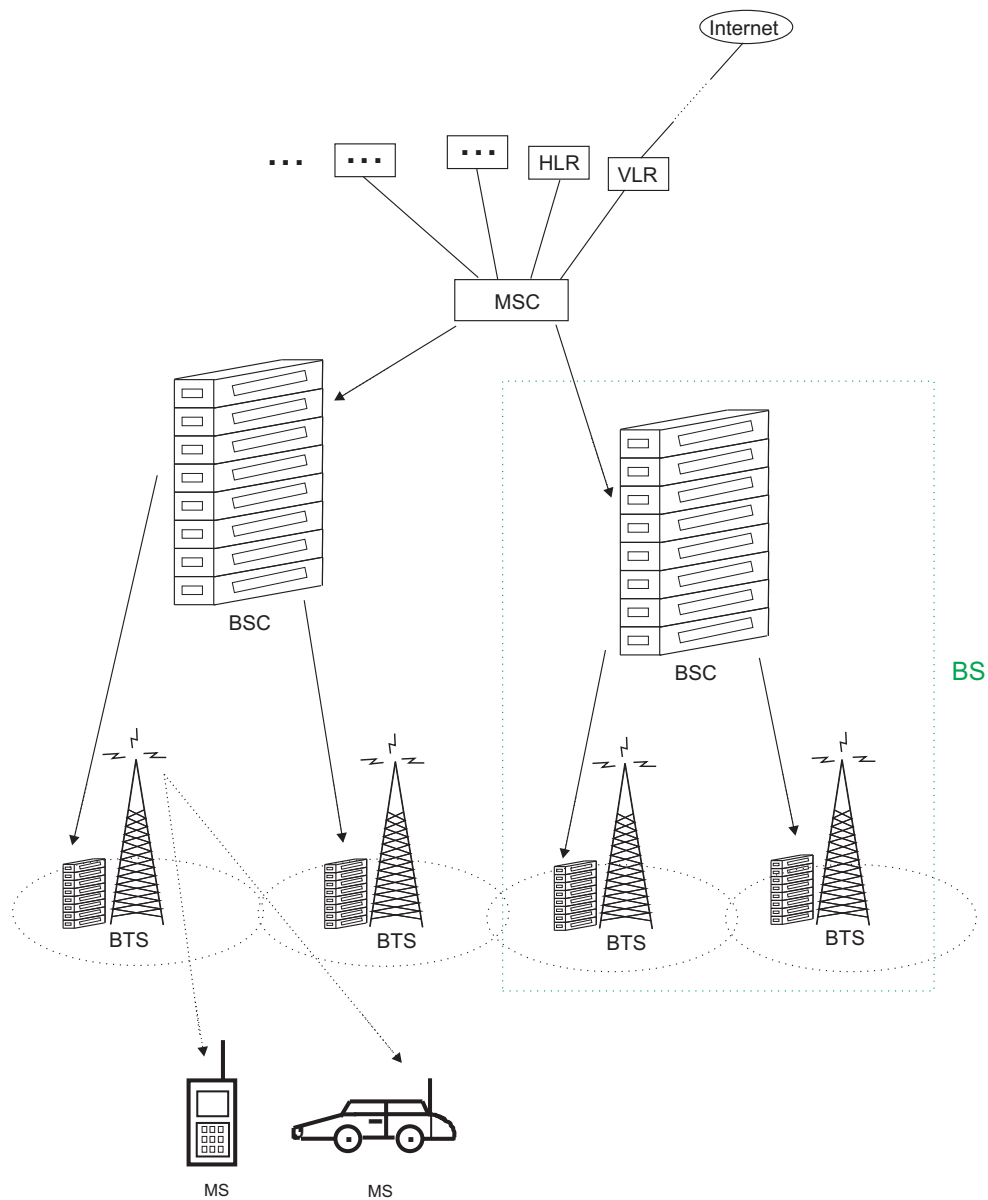


Abbildung 1.1: Eine GSM-Systemarchitektur

Die Abbildung 1.2 zeigt das Zugriffsverfahren jedes *GSM* Systems. Bei modernen Systemen der Nachrichtenübertragung wird gefordert, bei einem minimalen Bedarf an Frequenzbandbreite eine maximale Menge an Sprache- und Dateninformationen wirtschaftlich zu übertragen. Dieses wird erreicht durch das Multiplex-Verfahren. Die Multiplexverfahren sind Verfahren zur Vielfachübertragung in einem gemeinsamen Übertragungskanal. [(Lob94)], [(Det97)]

Man unterscheidet zwei Multiplex-Verfahren, das Frequenz-Multiplexverfahren *FDM* (Frequency Division Multiplex) und Zeit-Multiplexverfahren *TDM* (Time Division Multiplex), das letzte ist nur für Übertragung von Digitalsignalen geeignet.

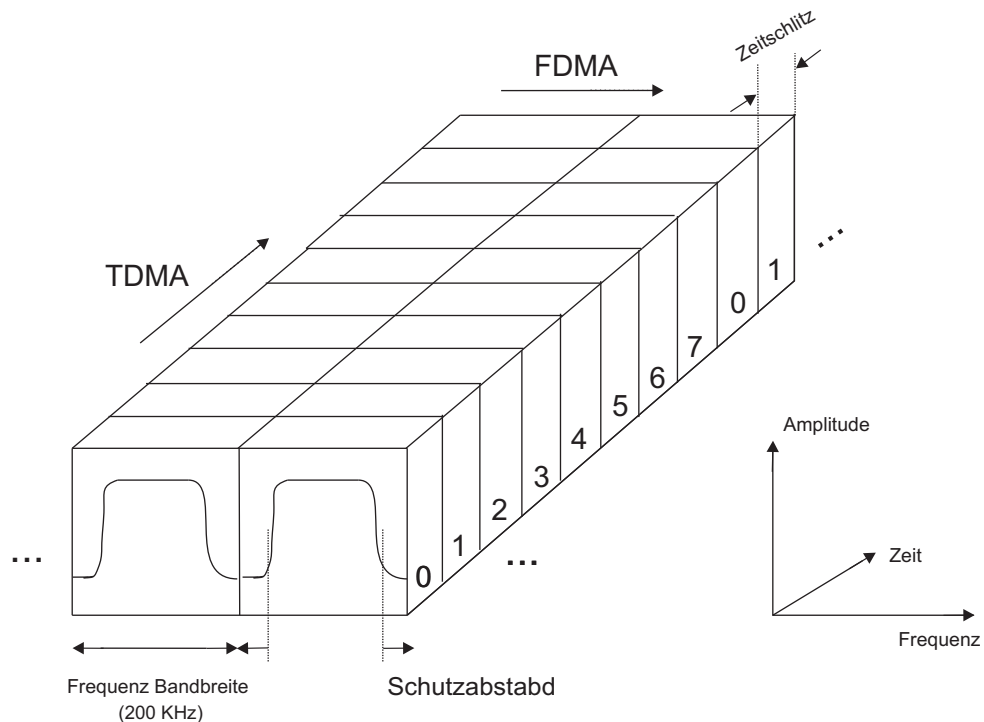


Abbildung 1.2: FDMA/TDMA Zugriffsverfahren

Mit diesen zwei Techniken lässt sich die Anzahl der Kommunikationskanäle innerhalb einer Übertragungsstrecke vervielfachen, somit wird die Übertragungsstrecke wirtschaftlicher genutzt. Mit dem Teilnehmerzuwachs im *GSM* und zur Befriedigung der Gesprächswünsche von möglichst vielen Teilnehmern in einer Zeit (gleichzeitig), werden die Kanäle nur für die Dauer eines Gespräches zugeteilt. Jeder Teilnehmer muss deshalb auf jeden im System verfügbaren Kanal zugreifen können. Um solchen Anforderungen gerecht zu werden, wird in *GSM* die Vielfachzugriff-Technik genutzt:

Der Frequenzbereich wird in einzelne Kanäle mit gleicher Bandbreite (*FDMA*) und gleichem Zeit-Abstand bzw. Zeitschlitz (*TDMA*) aufgeteilt. Die *FDMA* (Frequency Division Multiple Access) ist der mehrfache Zugriff im *FDM* und *TDMA* (Time Division Multiple Access) der mehrfache Zugriff im *TDM*.

Wie in der Abbildung 1.2 gezeigt, wird der Frequenzbereich in gleiche physikalische Abschnitte (Frequenzkanäle, 200 kHz) aufgeteilt, indem jeder Kanal genug Schutzabstand hat zur Entkopplung von den Nachbarkanälen. So können alle Kanäle gleichzeitig (Parallel) Informationen übertragen (*FDMA*-Technik).

Diese Kanäle werden wieder zeitlich aufgeteilt (Zeitschlitz). Jeder Zeitschlitz entspricht einem Übertragungskanal in dem für die Zeitdauer, die dem Zeitschlitz zugeordnet ist, die volle Bandbreite des Frequenzkanals zur Verfügung steht. So können z. B. 8 Benutzer gleichzeitig von ein Kanal bedient werden (*TDMA*-Technik).

Im Mobilfunk wird jedem Kanal ein Teilnehmergerät für die Dauer eines Gesprächs zugeordnet. Damit der Vielfachzugriff möglich wird, muss das Teilnehmergerät auf jedem im System verfügbaren Kanal (Frequenz) senden und empfangen können. Die Kanalzuordnung wird vom System gesteuert. Nach dem die Signale moduliert worden sind, können sie in einem digitalen Datenstrom durch kurze Impulsfolgen übertragen werden. Für die Modulation werden digitale Modulationsverfahren benutzt, die im allgemeinen aus speziellen Formen der Phasenmodulation gebildet werden.

Mit der Benutzung solcher Technik können viele Teilnehmer gleichzeitig profitieren, da alle Kanäle die Informationen parallel übertragen können. Um die Anzahl der Teilnehmer zu erhöhen, sollte die Bandbreite der Kanäle und die Anzahl der Kanäle erhöht werden. Die häufigste Form der Informationsübertragung im *GSM* ist die bidirektionale Kommunikation, bei der gleichzeitig gesendet und empfangen werden kann. Ein System, das dazu in der Lage ist, wird als Duplex-System bezeichnet.

Im wesentlichen werden dabei zwei grundlegende Duplexverfahren eingesetzt: zum einen der Frequenzduplex *FDD* (Frequency Division Duplex), bei dem Senden und Empfangen in verschiedenen entsprechend getrennten Frequenzbändern (Frequenzlagen) erfolgen, zum anderen der Zeitduplex *TDD* (Time Division Duplex), bei dem die beiden Richtungen in verschiedenen Zeitlagen getrennt werden [(EV97)].

Im Frequenzduplexverfahren wird für die Kommunikation zwischen *BS* und *MS* das zur Verfügung stehende Frequenzband in zwei Teilbänder aufgespalten, um gleichzeitiges Senden und Empfangen zu ermöglichen. Ein Teilband wird jeweils dem Uplink (von der *MS* zur *BS*) bzw. dem Downlink (von der *BS* zur *MS*) als Sendeband zugewiesen:

- Sendeband der *MS* = Empfangsband der *BS* (Uplink)
- Empfangsband der *MS* = Sendeband der *BS* (Downlink)

Die Teilbänder müssen zur erfolgreichen Richtungstrennung einen genügend großen Bandabstand aufweisen, d. h. die gleichzeitig einer Verbindung zugewiesenen Frequenzpaare für Up- und Downlink müssen um mindestens diesen Bandabstand voneinander entfernt sein. Üblicherweise wird für Senden und Empfangen nur eine gemeinsame Antenne verwendet. Zur Richtungstrennung werden dann zwei schmalbandige Filter eingesetzt (Abbildung 1.3). Das Zeitduplexverfahren ist dafür eine gut geeignete Alternative, besonders in digitalen Systemen mit Zeitvielfachzugriff. Sender und Empfänger senden dabei nur quasi-gleichzeitig in unterschiedlichen Zeitlagen, d. h. die Richtungstrennung erfolgt durch das zeitlich abwechselnde Senden und Empfangen. Das Umschalten geschieht dabei so häufig, dass sich eine quasi-gleichzeitige Duplex-Kommunikation ergibt.

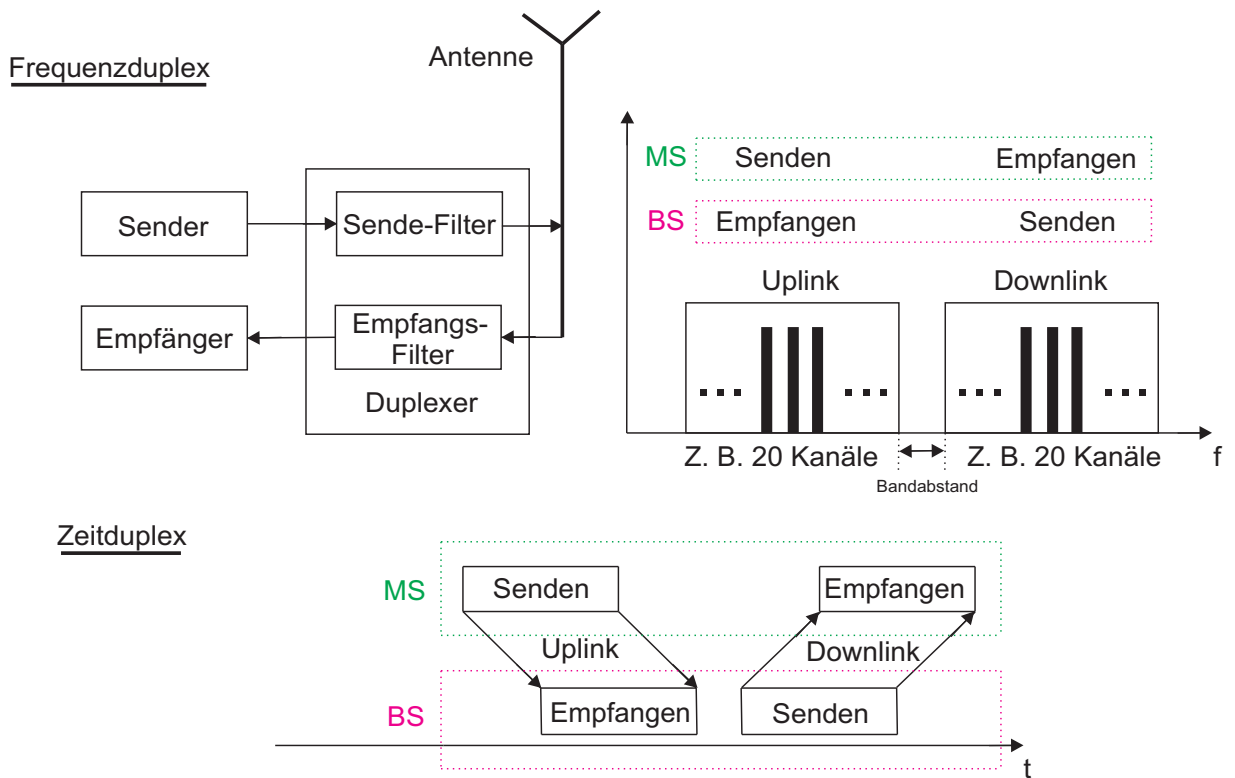


Abbildung 1.3: Frequenz- und Zeitduplex (schematisch)

In der Praxis wird eine große Anzahl von Signalen gleichzeitig von der *BS* Endstufe (Leistungsverstärker) zu den *MS* übertragen, z. B. 20 Downlink Signale gleichzeitig. Jedes Signal belegt Spektrum innerhalb seines Kanals, alle Signale zusammen belegen den Downlink-Frequenzbereich.

Über den nichtlinearen Hintergrund und hohe Anforderungen an die Linearität von Leistungsverstärkern der *BS*-Endstufe im Downlink wird im Abschnitt 1.3 diskutiert.

## 1.2 Nichtlineare Hochfrequenz Verstärker

Nichtlineare Schaltungen sind Schaltungen, welche auf Eingangssignale nicht in jedem Bereich proportional antworten. Nichtlineare Schaltungen enthalten Bauelemente, die in ihrem Verhältnis zwischen Spannung und Strom nichtlinear sind. Wenn hier von Linearität gesprochen wird, bezieht sich dies vor allem auf Verstärker bzw. Leistungsverstärker, die in Mobil- und Satelliten-Kommunikationssystemen als Sender-Verstärker eingesetzt werden. Im Allgemeinen haben Verstärker die Aufgabe, ein Signal am Ausgang zu erzeugen, das eine vergrößerte Kopie des Eingangssignals ist. In der Realität, wegen der aktiven und passiven Bauelemente im Verstärker werden die Signale verformt. Die Änderung der Signalform wird als Verzerrung (Distortion) bezeichnet.

Bleibt trotz der Verzerrungen des Signals das Superpositionsprinzip erhalten, bezeichnet man den Verstärker als linear und die Verzerrungen als lineare Verzerrungen. Lineare Verstärker liefern bei einem sinusförmigen Eingangssignal auch ein sinusförmiges Ausgangssignal gleicher Frequenz. Die Amplitude des Ausgangssignals ist der Amplitude des Eingangssignals direkt proportional. Bei beliebigem Eingangssignal enthält das Spektrum des Ausgangssignals nur Beiträge bei den selben Frequenzen .

Lineare Verzerrungen entstehen dadurch, dass die unterschiedlichen spektralen Anteile des Signals im Verstärker unterschiedlich stark verstärkt und in ihrer Phase gedreht werden. Im Prinzip können die Verzerrungen in der linearen und nichtlinearen Form auftreten, die wieder in Bezug auf Gedächtnis untergeteilt werden, d. h. wir haben lineare und nichtlineare Verzerrungen mit und ohne Gedächtnis.

Systeme mit Gedächtnis treten überall dort auf, wo Energie in beliebiger Form, sei es elektrisch, magnetisch, thermisch oder mechanisch gespeichert wird und auch ein Verzögerungseffekt kann als Gedächtnis bezeichnet werden. Mit anderen Worten, das Ausgangssignal ist nicht nur abhängig von Eingangssignal in gegenwärtiger Zeit sondern auch von vorheriger Zeit (mit Berücksichtigung der Kausalität).

Zum besseren Verständnis der nichtlinearen Verzerrungen im Bezug auf lineare Verzerrungen wird hier kurz das mathematische Verhalten von linearen Verzerrungen diskutiert.

Bei den im Folgenden angestellten Betrachtungen beschreibe jeweils

$\vec{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \cdots \ x_n(t)]$  den Vektor der Eingangsfunktion (mit  $n$  als ganze reelle Zahl) und  $\vec{y}(t) = [y_1(t) \ y_2(t) \ \cdots \ y_n(t)]$  den Vektor der Ausgangsfunktion.

$\vec{z}(t) = [z_1(t) \ z_2(t) \ \cdots \ z_n(t)]$  stelle den Zustandsvektor des System dar (bei Systemen mit Gedächtnis).

Ein lineares System ohne Gedächtnis lässt sich folgendermaßen beschreiben:

$$\vec{y}(t) = k\vec{x}(t - \tau) \tag{1.2.1}$$

Dieses System besitzt keine inneren Zustände  $\vec{z}(t)$ . Die Verzögerung  $\tau$  bewirkt lediglich eine Phasendrehung eines harmonischen Signals.

Die eindimensionale Übertragungsfunktion  $H(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)}$  lautet:

$$H(j\omega) = k \cdot e^{-j\omega\tau} \quad (1.2.2)$$

Widerstandsnetzwerke zählen zu den linearen gedächtnislosen Systemen.

Man spricht von linearen Verzerrungen mit Gedächtnis, wenn  $k$  und  $\tau$  frequenzabhängig sind. Ein solches System kann mathematisch folgendermaßen beschrieben werden (Zustandsraumdarstellung<sup>3</sup>):

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{z}(t)}{dt} &= A \cdot \vec{z}(t) + B \cdot \vec{x}(t) \\ \vec{y}(t) &= C \cdot \vec{z}(t) + D \cdot \vec{x}(t) \end{aligned} \quad (1.2.3)$$

wo, A, B, C und D im Allgemeinen zeitunabhängige Matrizen sind [(Unb97)].

Die Übertragungsfunktion für ein solches System lautet:

$$H(j\omega) = k(\omega)e^{-j\omega\tau(\omega)} \quad (1.2.4)$$

Mit Hilfe dieser Darstellung kann man sofort den frequenzabhängigen Amplituden- und Phasengang ablesen. Daher wird die Berechnung linearer Netzwerke fast ausschließlich im Frequenzbereich durchgeführt. Netzwerke aus Induktivitäten oder Kapazitäten sind einfache Beispiele für ein lineares System mit Gedächtnis.

Während die passiven Bauelemente (Energiespeichernde Bauelemente) wie z. B. Induktivitäten, Kondensatoren bei denen die Impedanzen frequenzabhängig sind, verantwortlich für lineare Verzerrungen im Verstärker sind, entstehen die nichtlinearen Verzerrungen durch Sättigungs- bzw. Kompressions-Phänomene, die aktive Bauelemente wie z. B. Dioden und Transistoren im Verstärker verursachen sowie Spannungsabhängige parasitäre Kapazitäten (z. B. zwischen Basis und Emitter in Transistoren) oder durch nichtlineare passive Bauelemente wie nichtlineare Widerstände oder Kondensatoren.

Bei einem nichtlinearen Verstärker gilt das Superpositionsprinzip nicht mehr. Er erzeugt sog. nichtlineare Verzerrungen. In diesem Fall entstehen bei einem sinusförmigen Eingangssignal am Verstärkerausgang neben der Grundwelle bzw. dem Nutzsignal zusätzlich neue Signale (Harmonisch). Enthält das Eingangssignal mehrere sinusförmige Signale, so entstehen im Ausgangssignal neben der Grundwelle und der Harmonischen der einzelnen Grundwellen weitere Signalanteile, die sog. Intermodulationsprodukte.

---

<sup>3</sup>Der Zustandsraum bezeichnet die Beschreibung eines dynamischen System im Zeitbereich. Dabei werden die Einzelzustände des Systems zu einem Vektor zusammengefasst, dem Zustandvektor, der als Ortsvektor eines Punkts im Zustandsraum interpretiert wird. Die Zustandsraumbeschreibung hat gegenüber der Darstellung im Frequenzbereich den Vorteil, dass damit auch nichtlineare und zeitvariante System beschrieben werden können.

Die neu erzeugten Signalamplituden sind abhängig von der Größe des Eingangssignals und treten besonders bei starker Aussteuerung des Verstärkers auf. Sie begrenzen daher die Verwendbarkeit des Verstärkers zu großen Amplituden des Eingangssignals hin (Leistungsverstärker).

Um einen Einblick in den Einfluss der Nichtlinearität zu gewinnen, kann man den Zusammenhang zwischen Ausgangs- und Eingangssignal des Verstärkers in Form einer Übertragungsfunktion darstellen, die z. B. in eine Taylor-Reihe entwickelt werden kann (Abbildungen 1.4 und 1.5):

$$y(t) = c_0 + c_1x(t) + c_2x^2(t) + c_3x^3(t) + \dots + c_nx^n(t) \quad (1.2.5)$$

mit

$c_0, c_1, c_2, c_3, \dots, c_n$  als reelle Taylor-Koeffizienten und  $t_0 = 0$  als Entwicklungspunkt (Bezugs-punkt)

$x(t)$  und  $y(t)$  als Eingangs- und Ausgangssignal

(Falls nur Wechselanteile betrachtet werden, wird  $c_0$  vernachlässigt).

In praktischen Verstärkern sind die Koeffizienten so, dass für sehr kleine Eingangssignale die höheren Potenzen in der Gleichung 1.2.5 vernachlässigt werden können (ihre Beträge werden mit zunehmender Potenz immer kleiner) womit der erste Term  $c_1x(t)$  eine gute Näherung für die gesamte Gleichung ergibt (linearer Bereich).

Wenn das Eingangssignal steigt, werden die Beträge der höheren Potenzen immer größer und damit werden sie immer wichtiger, d. h. das Verhalten des Verstärkers ist nicht mehr linear und geht einem Sättigungszustand entgegen (nichtlinearer Bereich).

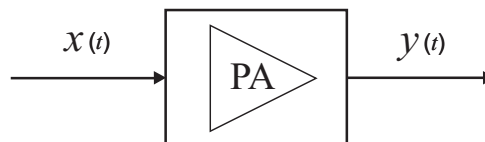


Abbildung 1.4: Nichtlineare Leistungsverstärker

Dieser kann deutlich in Abbildungen 1.5 und 1.6 als sogen. *AM/AM* und *AM/PM* Konversions -Charakteristik gesehen werden. Die Ausgangs- und Eingangsleistung sind in Abbildung 1.5 in dBm bzw. dB aufgetragen, wenn  $y = u_{out}$  und  $x = u_{in}$  als Ausgangs- und Eingangsspannung betrachtet werden. Der Phasenverlauf der Ausgangsspannung ist in Abbildungen 1.6 in Grad aufgetragen.



Allerdings muss für die Phase der Ausgangsspannung getrennt eine Gleichung der Form von 1.2.5 aufgestellt werden. Eine gemeinsame Eintragung von den Phasen und dem Betrag der Ausgangsspannung in der Gleichung 1.2.5 ist nicht möglich, wenn die Taylor-Koeffizienten reell sind.

Die Gleichung 1.2.5 ist ein Beispiel für ein nichtlineares gedächtnisloses System, welches sich ohne Zustandsgleichungen beschreiben lässt. (Als Beispiel für nichtlineare Verzerrungen mit Gedächtnis ist die Volterra Reihe im Abschnitt „Modellbildung mit der Volterra-Reihe“ -Kapitel 3- angeführt).

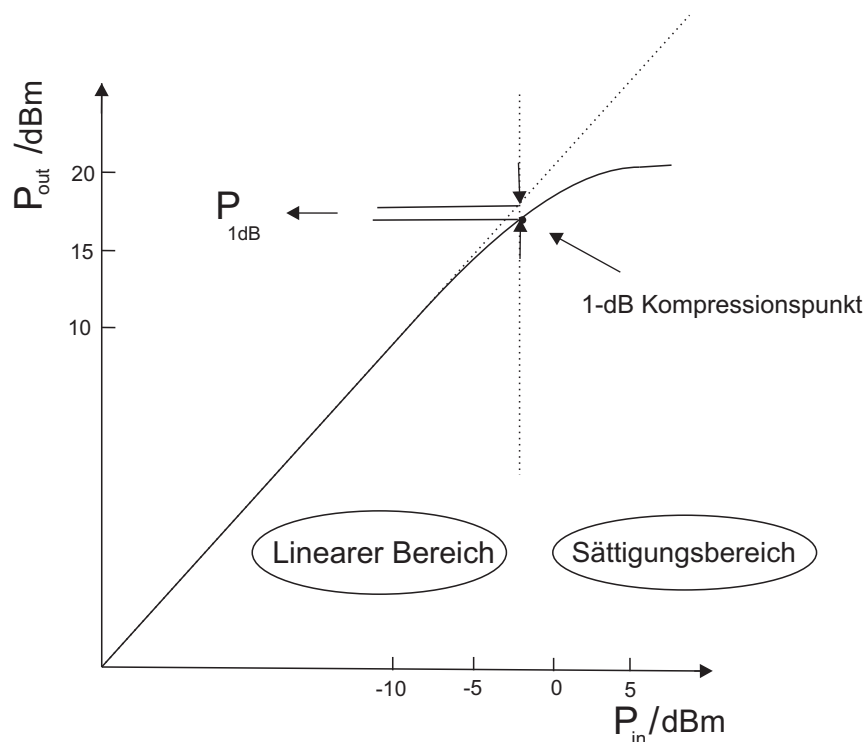


Abbildung 1.5: Eingangs- Ausgangscharakterisierung (Leistungsübertragungsfunktion) von Leistungsverstärkern (Zahlenwerte beispielhaft)

Während der lineare Bereich, wo das Eingangs- und Ausgangssignal relativ klein sind, in vielen Bereichen der analogen Informationsverarbeitung verwendet wird, ist der Sättigungsbereich bzw. nichtlineare Bereich in der Kommunikationstechnik dort wichtig, wo die Ausgangsleistung und somit der Wirkungsgrad eine große Rolle spielen.

Gerade in diesem Arbeitsbereich der Verstärker entstehen aber auch die größten Verzerrungen der Signale, was zu großen Störungen führen kann.

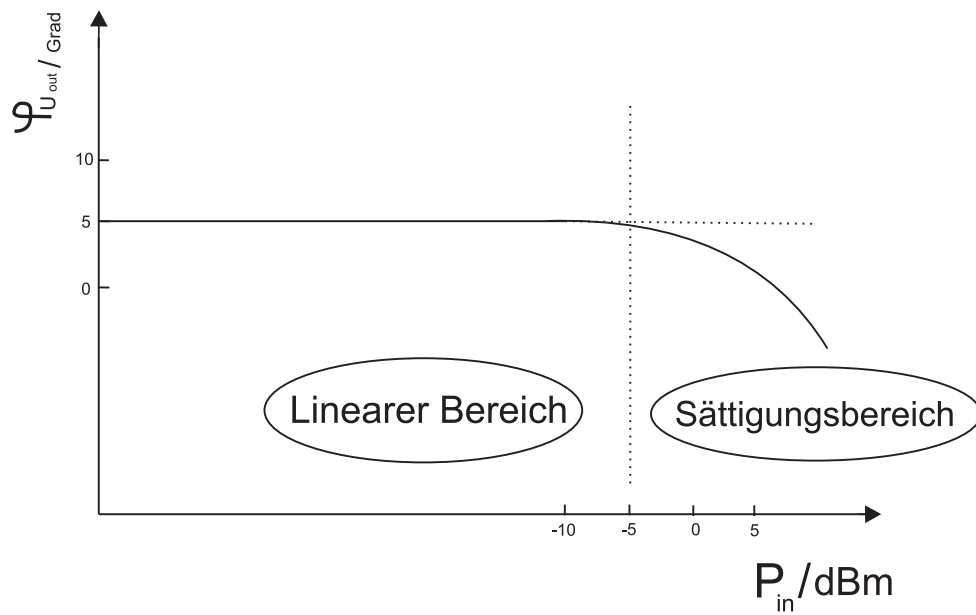


Abbildung 1.6: Eingangs- Ausgangscharakterisierung (Phasenverlauf) von Leistungsverstärkern (Zahlenwerte beispielhaft)

Jeder Verstärker bzw. Leistungsverstärker ist in seiner Maximal-Leistung für linearen Betrieb begrenzt, oft wird der 1-dB Kompressionspunkt ( $P_{1dB}$ , Peak power handling) dafür angenommen, wo die Ausgangsleistung bzw. die Nutzleistung (Grundwelle) um 1 dB unterhalb von dem linearen Verlauf liegt (Abbildung 1.5).

Die Charakteristik der erzeugten Verzerrungen (nichtlineare Verzerrungen) beschrieben mit der Gleichung 1.2.5 werden im folgenden Abschnitt 1.3 erläutert.

## 1.3 Intermodulationsprodukt-Verzerrungen

Wie man in der Abbildung 1.5 sieht, je stärker der Leistungsverstärker im Sättigungsbereich betrieben wird, desto größer wird die Abweichung vom linearen Verlauf der Übertragungsfunktion. Aus diesem Verhalten resultiert die Signalverzerrung in verschiedenen Formen. Zur Anschaulichkeit werden hier zwei getrennte Fälle für eine reine sinusförmige Eingangsspannung  $u_{in}(t)$  in der Gleichung 1.2.5 untersucht:

- a)  $u_{in}(t)$  als Eintön-Aussteuerung<sup>4</sup>
- b)  $u_{in}(t)$  als Zweitön- oder Multitön-Aussteuerung

Die Abbildung 1.7a zeigt die Ausgangsleistung für Fall (a) im Frequenz-Bereich, mit dem verstärkten Eingangssignal bei  $f_0$  und die neuen erzeugten Signale bei  $2f_0$ ,  $3f_0$ , ... am Ausgang.

Die neuen harmonischen Frequenzen werden erzeugt, wenn die Amplitude des Eingangssignals groß genug wird (nichtlinearer Bereich). Die äquivalente Abbildung im Zeit-Bereich wird in Abbildung 1.7b gezeigt.

Wir sehen hier, dass die Signalkompression am Ausgang von einer nichtlinearen Übertragungskennlinie verursacht wird, d. h. das Ausgangssignal ist nicht mehr rein sinusförmig im Vergleich mit dem linearen Fall (gepunktete Linie).

In der Praxis verursachen die neuen erzeugten Signale keine ernsthaften Probleme, da sie außerhalb der System-Bandbreite bzw. weit vom Nutzsignal entfernt sind und einfach mit geeigneten Filtern unterdrückt werden können. Wenn sie aber nicht wirkungsvoll unterdrückt würden, dann könnten sie Interferenz<sup>5</sup> in anderen Funksystemen verursachen.

Wenn das Eingangssignal eine Multitön-Aussteuerung ist (Fall (b)), wird das Problem kompliziert. Dieser Fall ist wegen der praktischen Nutzung interessant. Auf der einen Seite repräsentieren die Signale praktisch ein amplituden-moduliertes Signal (AM), bei dem die Hüllkurve (envelope) durch die Verstärkerbegrenzung beschnitten wird und auf der anderen Seite wird dieses Signal genutzt zur Schätzung des linearen Verhaltens eines Leistungsverstärkers, da der Leistungsverstärker über den ganzen Bereich der Übertragungskennlinie betrieben wird (vom Null-Pegel bis maximale Signal-Hüllkurve).

---

<sup>4</sup>Amplituden- und Phasen-Frequenzgang, die den Zusammenhang zwischen sinusförmigen Schwingungen am Ein- und Ausgang des Verstärkers beschreiben (Ausgangsschwingung hat wegen des linearen Verhaltens dieselbe Frequenz; veränderlich sind seine Amplitude und seine Phasenverschiebung)

<sup>5</sup>Dieser Begriff wird für den Fall (b) später erläutert

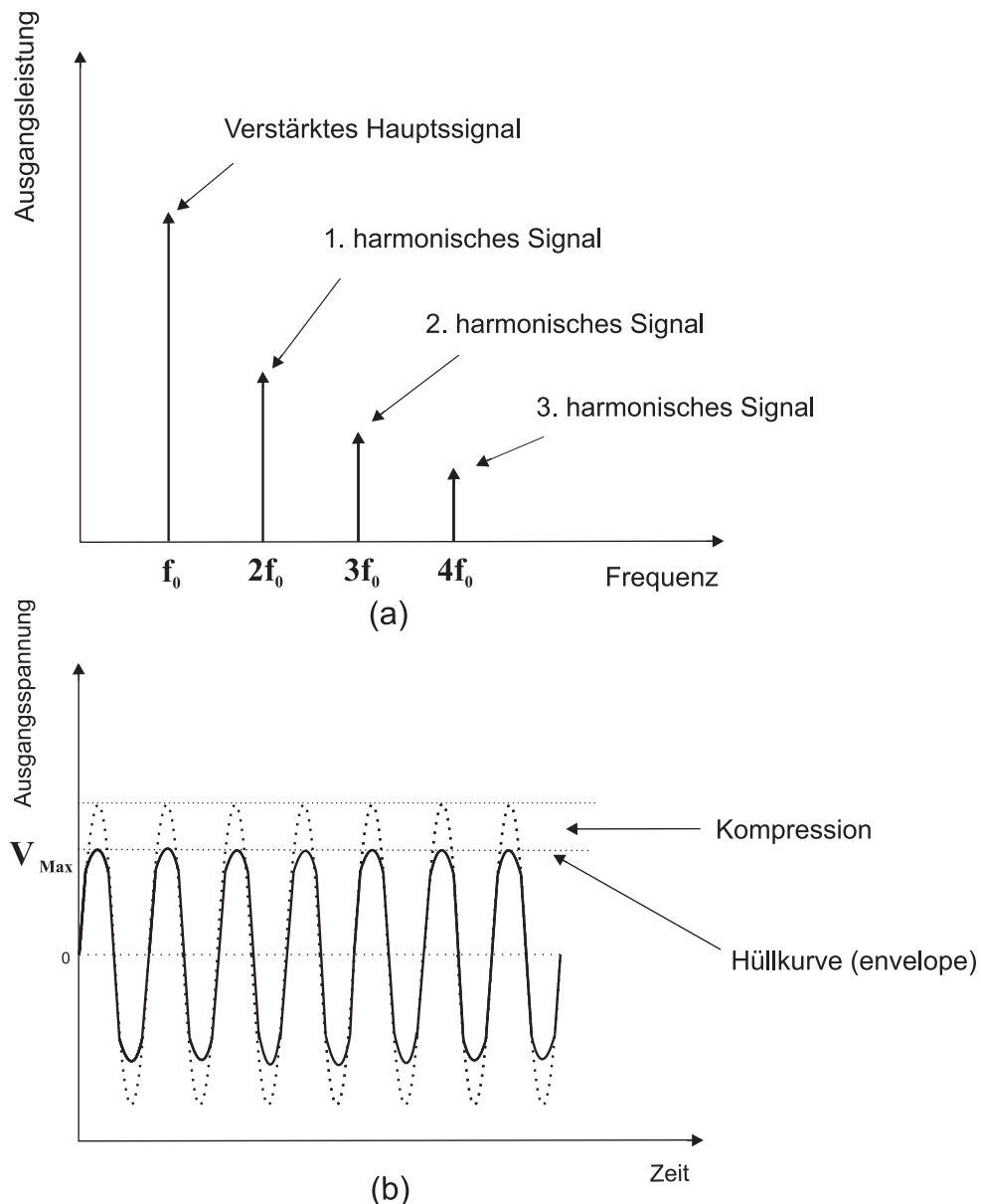


Abbildung 1.7: Ausgangssignal für eine sinusförmiges Aussteuerung. (a) Frequenz- (b) Zeitbereich

Für eine Multiton-Aussteuerung treten außer harmonischen Frequenzen am Ausgang noch andere neue Mischprodukte im Frequenz-Bereich auf. Eine Art dieser Mischprodukte muss besonderes betrachtet werden, da diese extrem nahe an den Nutzsignalen liegen können. Die Abbildung 1.8a zeigt als wichtigste Vertreter dieser Intermodulationsprodukte ungerader Ordnung die neuen erzeugten *3IMD*-Produkte (third order Intermodulation Distortion) mit anderen erzeugten Produkten am Ausgang eines Leistungsverstärkers, wenn das Eingangssignal zwei Sinusförmige Signalanteile hat.

Im Zeit-Bereich sehen wir wieder den Kompressions-Effekt für höher Ausgangssignale (Sättigungs-Bereich), der von einem linearen Fall (gepunktete Linie) unterschieden wird (Abbildung 1.8b)

Das Ausgangssignal im Zeit-Bereich sieht wie ein modulierte Signal (amplitudenmoduliertes Signal, AM) aus, bei dem das zu übertragendes Nutzsignal ein sogenanntes Trägersignal verändert.

Insgesamt kann man erkennen, dass die Nichtlinearität in zwei verschiedenen Formen auftreten kann; erstens, die Erzeugungen neuer Frequenz-Komponenten bzw. Spektral-Komponenten am Ausgang und zweitens, die Pegelabhängigkeit der Verstärkung (Gain) und der Phase der Verstärkung bzw. die Absenkung der Verstärkung bei hohen Amplituden (siehe 1-dB Kompressionspunkt) am Ausgang.

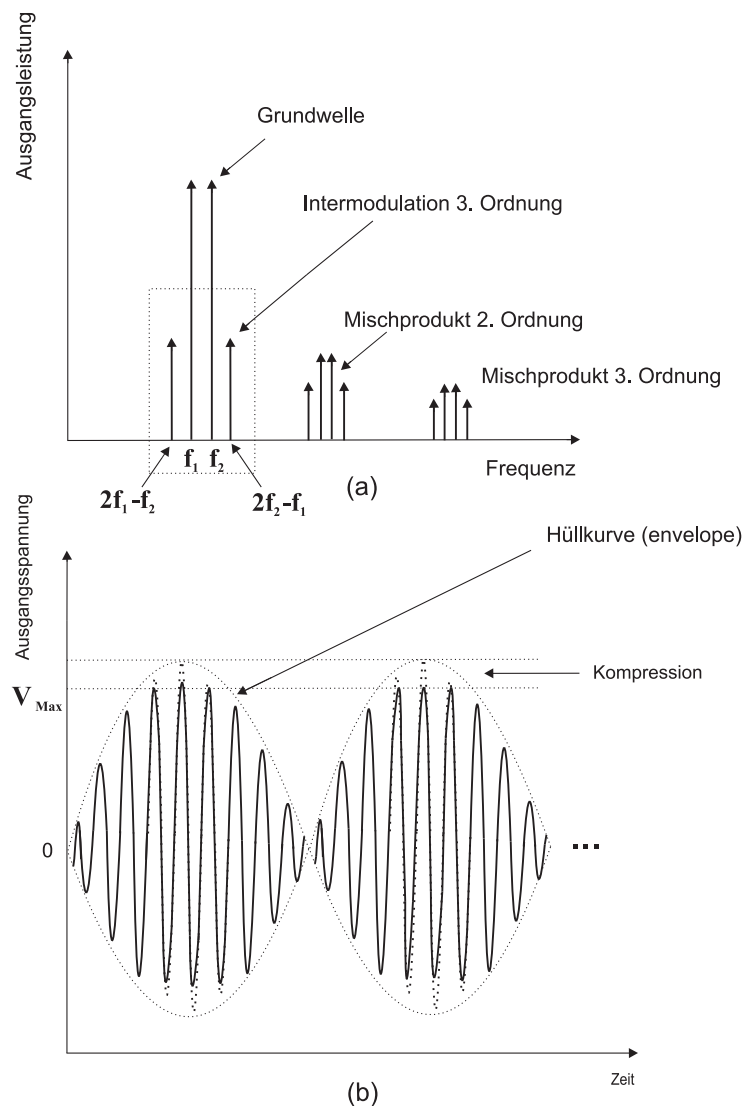


Abbildung 1.8: Ausgangssignal für zwei sinusförmige Aussteuerungen. (a) Frequenz- (b) Zeitbereich

Während die meisten neu erzeugten Signale am Ausgang des Leistungsverstärkers entfernt werden können (sie liegen außerhalb des Bands und können mit verschiedenen Techniken z. B. Filter-Technik beseitigt werden wie bei Eintonaussteuerung), liegen die *IMD*-Produkte ungerader Ordnung, und insbesondere die *3IMD*-Produkte ganz nahe an den Nutzsignalen (typischerweise im „Band“, d. h. innerhalb der von dem System genutzten Bandbreite, gepunkteter Kasten in der Abbildung 1.8a) und sind sehr schwierig mit Standard-Techniken wie z. B. Filter-Technik zu entfernen.

In einem *BS* Sendeverstärker liegen dann die Intermodulationsprodukte verteilt im gesamten Downlink Band bzw. Sender Band<sup>6</sup> (Störungen in eigenen und in Nachbarkanälen) und darüber hinaus bis ins Uplink Band bzw. Empfänger Band<sup>7</sup>, wo die schwachen Empfangssignale überlagert werden<sup>8</sup>.

So verbreitert sich die von den Nutzsignalen belegte Bandbreite weiter und verursacht Interferenz in den Nachbarkanälen, wie in Abbildung 1.9 sichtbar ist (TX-RX-Interferenz). Die Bandbreite des mittleren Kanals in Abbildung 1.9 vergrößert sich zu beiden Seiten (rote Linie) und stört die Nachbarkanäle.

---

<sup>6</sup>Transmitter Band, TX

<sup>7</sup>Receiver Band, RX

<sup>8</sup>Dieses Problem kommt sogar in TV (Television) Breitband Kabel-Netzen vor, wo mehrere Kanäle (z. B. 30 Fernsehen-Kanäle) in engem Frequenz-Abstand nebeneinander liegen. Wegen der mehr als Oktavbreiten System-Bandbreite führen sogar die Intermodulationsprodukte zweiter Ordnung (*2IMD*) zu Störungen der Nachbarkanäle

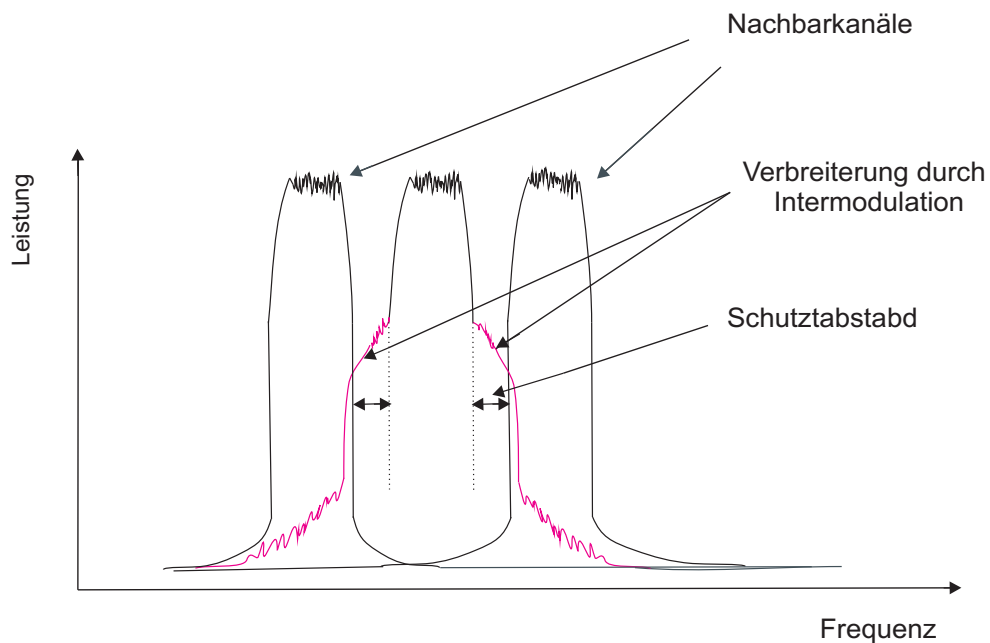


Abbildung 1.9: Interferenz zwischen Nachbarkanälen im Mobilkommunikationssystem

Diese Störsignale könnten durch ein schmalbandiges Filter bzw. Bandfilter<sup>9</sup> mit sehr hoher Güte ( $Q$ ) unterdrückt werden. Solche Filter sind aber in der Praxis nur in Grenzen realisierbar.

Nichtlineare Verzerrungen im Verstärker einer Basis-Station sind auch besonders problematisch wegen des sog. Nähe-Weit Effekts, der durch die Ausbreitung der elektromagnetischen Welle zwischen Basis-Station und Mobil-Station entsteht.

Diese Situation ist in Abbildung 1.10 dargestellt worden [(Ken00)].

Ein ausgesendetes Signal von  $BS_1$  kann durch jede Art von Dämpfungen wie z. B. lange Gebäude, Baum, Reflektion, Mehrwegempfang, Absorptionsschwund etc. bis zum Empfänger (MS) gedämpft werden. Auf der anderen Seite kann Intermodulationsprodukt von einer nahen BS ( $BS_2$ ) eine solche Stärke haben, dass es mit dem eigentlichen Nutzsignal konkurrieren kann und die Verbindung erheblich stören kann, auch wenn es selbst wesentlich kleinere Amplitude an der Antenne der  $BS_2$  hat als das Nutzsignal an der Antenne der  $BS_1$ .

<sup>9</sup>ein spezieller schmalbandiger elektrischer Bandpass Filter, welches unter anderem zur Kanaltrennung in Zwischenfrequenzverstärkern von Überlagerungsempfängern eingesetzt wird

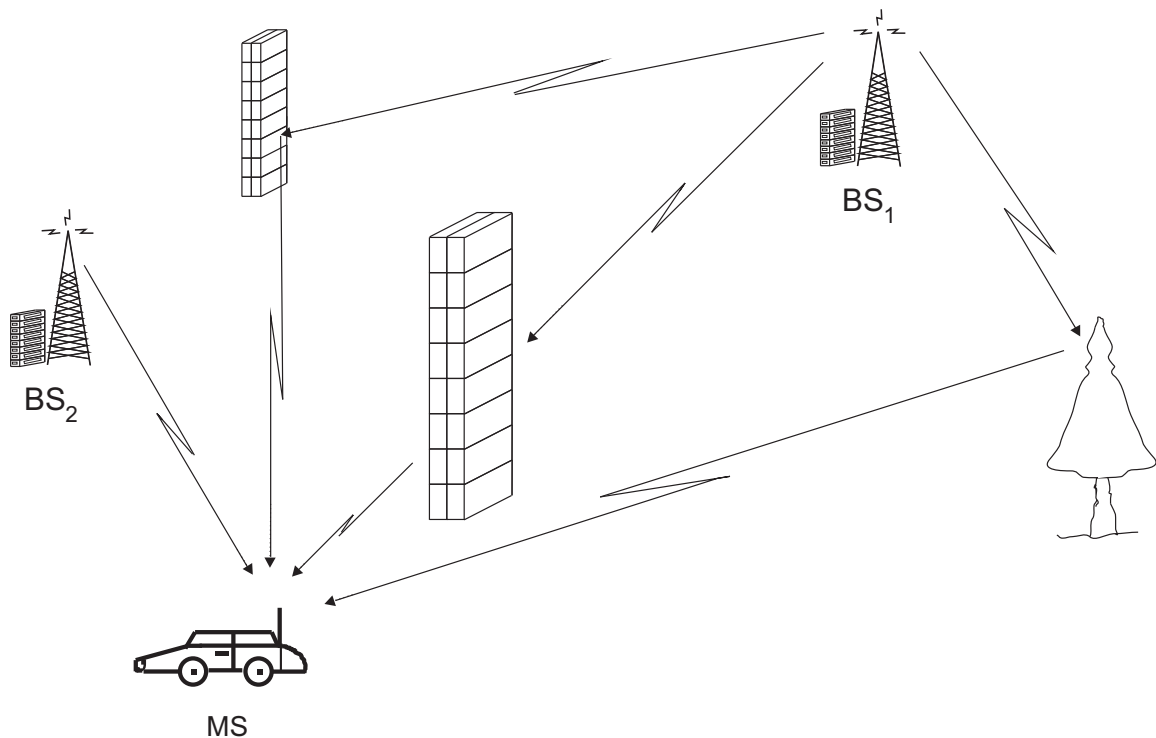


Abbildung 1.10: Nähe-Weit Effekt in Mobilkommunikationssystem

In Bezug auf Linearität des Leistungsverstärkers, kann erkannt werden, dass die Verstärkung eines Signals mit konstanter Signal-Hüllkurve wie z. B. bei einem Einton-Signal mit Phasenmodulation (Abbildung 1.7b) nicht problematisch ist, da erstens Spitzenleistung (envelope peak power) gleich der mittleren Leistung ist und zweitens dies dem Betrieb in einem fixen (konstant) Punkt in der Übertragungskennlinie entspricht.

Wenn die Anzahl der Töne aber steigt, dann bleibt die Signal-Hüllkurve nicht mehr konstant wie z. B. bei dem Zweiton (Abbildung 1.8b) und läuft zwischen einem Minimum- und Maximumwert. Das bedeutet, der Verstärker wird andauernd durch die gesamte Übertragungskennlinien gefahren.

Dies hat eine wichtige Konsequenz in Bezug auf die Linearität und muss unbedingt für den Entwurf des Leistungsverstärkers berücksichtigt werden [(Pot99)], [(Ken00)]. Diese Problematik wird mit einem Beispiel erläutert.



Wir betrachten 4 unmodulierte Signale (Spannungssignale) mit gleichen Amplituden  $\hat{u}_{in}$ , gleicher Phase und Frequenzen mit jeweils  $\Delta\omega$  Unterschied:

$$\begin{aligned} u_1(t) &= \hat{u}_{in} \cos(\omega t) \\ u_2(t) &= \hat{u}_{in} \cos((\omega + \Delta\omega)t) \\ u_3(t) &= \hat{u}_{in} \cos((\omega + 2\Delta\omega)t) \\ u_4(t) &= \hat{u}_{in} \cos((\omega + 3\Delta\omega)t) \end{aligned} \tag{1.3.1}$$

Die Summe aller 4 Töne ergibt nach einer Vereinfachung ein sinusförmiges Gesamtsignal:

$$u_S(t) = \hat{u}_{in} \frac{\sin(2\Delta\omega t)}{\sin(\frac{\Delta\omega t}{2})} \cos(\omega t + \frac{3}{2}\Delta\omega t) \tag{1.3.2}$$

Die Hüllkurve (Envelope) der Gesamtspannung ist:

$$u_{Env}(t) = \left| \hat{u}_{in} \frac{\sin(2\Delta\omega t)}{\sin(\frac{\Delta\omega t}{2})} \right| \tag{1.3.3}$$

die in Abbildung 1.11 dargestellt ist ( $\hat{u}_{in} = 1 \text{ V}$ ,  $\Delta\omega = 1 \text{ Hz}$ ):

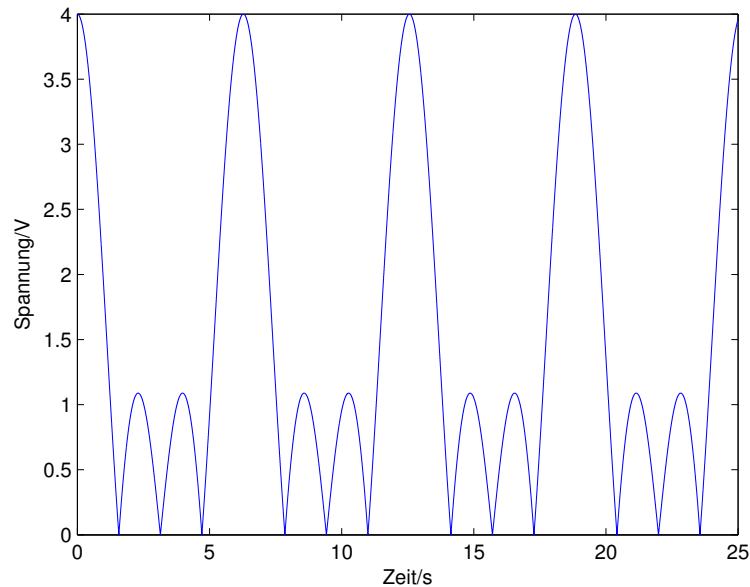


Abbildung 1.11: Spannungs-Einhüllende (Envelope) für 4 sinusförmige Signale

Wir sehen hier vierfache Spannungsüberhöhung, die durch die Überlagerung der 4 Töne erzeugt worden ist. Die Höhe der Spitzenleistung (Peak Power) muss unbedingt für die Auslegung des Leistungsverstärkers bzw. Verstärkers betrachtet werden. Wie man aus der Gleichung 1.3.2 sieht, ist die Höhe der Spitze abhängig von der Größe der Signalsamplituden und der Anzahl der Eingangssignale.

In diesem Beispiel ist die Spitzenleistung  $\hat{P}$  gleich  $4 \times$  die mittlere Leistung, daher ist eine enorme Überdimensionierung der Verstärker notwendig.

In der Literatur wird die Spitzenleistung mit verschiedenen Begriffen von Leistung verbunden nämlich „Crest factor“ oder „Peak-to-Average Ratio“ und so weiter.

Das Verhältnis der Spitzenleistung  $\hat{P}$  zu der mittleren Leistung (Summe der Einzelton-Leistung,  $\sum_{i=1}^N P_i$ ) heißt Crest factor, die in diesem Beispiel 4 (gleich Anzahl der Eingangssignale) ist. Üblicherweise werden Leistungsverstärker max. so ausgesteuert, dass die höchste auftretende Spitzenleistung des Eingangssignals den Verstärker gerade bis in den 1 dB-Kompressionspunkt treibt. Damit wird „Peak-to-Average Ratio“ für Leistungsverstärker gleich  $\frac{P_{1dB}}{P_{av}}$  definiert, wobei  $P_{av}$  die mittlere Ausgangsleistung des Leistungsverstärkers ist.

Wenn die Spitzenleistung in den Bereich der Kompression des Verstärkers kommt, dann treten starke Verzerrungen am Ausgang des Verstärkers in der Form von *3IMD*-Produkten oder anderen Intermodulationsprodukten auf.

Um die Verzerrung niedrig zu halten soll der Verstärker so betrieben werden, dass der Kompressionspunkt höher oder mindestens gleich mit der Spitzenleistung der Signale ist; die Rücknahme der mittleren Aussteuer-Leistung zur weiteren Reduzierung der Verzerrungen unter den 1 dB - Kompressionspunkt wird auch als „Back-off“ bezeichnet. Der Nachteil einer solchen „Überdimensionierung“ ist, dass ein höherer Kompressionspunkt eines Verstärkers Reduzierung des Wirkungsgrads und Steigerung der Kosten bedeutet. In der Praxis muss ein Kompromiss je nach Anforderungen gefunden werden.

## 1.4 Ziel und Strukturierung der Dissertation

Das Ziel dieser Dissertation ist ein Beitrag zur Untersuchung von Schaltungskonzepten für Leistungsverstärker mit hoher Linearität und hohem Wirkungsgrad. Insbesondere wird die in der Praxis bisher kaum angewendete Kombination von Leistungsaddition zweier Leistungsverstärker bei gleichzeitiger Kompensation der Intermodulationsprodukte betrachtet, die "Feed Forward Power Combiner"-Schaltung. Die Dissertation gliedert sich dazu in mehrere Kapitel, in denen die Schaltungskonzepte diskutiert werden, eine Modellierung der Leistungsverstärker durchgeführt wird und eine experimentelle Untersuchung einer FF-Power Combiner-Schaltung durchgeführt wird zusammen mit einer numerischen System-Simulation.

In Kapitel 2 wird zuerst über einige wichtige Linearisierungstechniken gesprochen und ihre Vorteile und Nachteile werden aufgezählt und daraus die Motivation des aktuellen Entwurfs, der eine Kombination der klassischen Feed Forward-Technik (*FF*-Technik) und konventioneller paralleler Leistungsaddierer ist, abgeleitet.

Danach wird das neue Konzept des Feed Forward Power Combiner vorgestellt, das Funktionsprinzip abgeleitet und die Vorteile gegenüber der klassischen *FF*-Technik werden diskutiert. Zum Schluss wird die *3IMD*-Unterdrückung bei einem Zweiton-Eingangssignal theoretisch untersucht unter Annahme idealisierter Eigenschaften der Leistungsverstärker. Kapitel 3 befasst sich mit verschiedenen mathematischen Modellen zur Charakterisierung der experimentell bestimmten nichtlinearen Übertragungsfunktion der beiden verwendeten Leistungsverstärker. Die verschiedenen Modelle, die in dieser Arbeit verwendet worden sind, werden analysiert und die Ergebnisse werden miteinander verglichen.

Es wird sich für ein Modell entschieden, das auf der Potenz-Reihenentwicklung basiert, d. h. Taylor-Reihe und Volterra-Reihe. Die Reihen-Koeffizienten werden durch ein Optimierungsverfahren bestimmt, welches die Methode der kleinsten Fehler-Quadrate in der Form einer Kosten-Funktion (Cost Function) verwendet. Hier wird auch über die Einschränkungen des endgültigen Modells diskutiert und es werden einige Vorschläge zur Verbesserung des mathematischen Modells gemacht.

Kapitel 4 konzentriert sich auf die experimentelle Untersuchung eines Linear-Verstärkers nach dem neuen Konzept. Die verwendeten Bauelemente und der gesamte Aufbau mit der erreichbaren Ausgangsleistung und Verzerrungen wird graphisch und analytisch dargestellt. Die experimentellen Ergebnisse werden mit Simulations-Resultaten verglichen und diskutiert.

Es wird gezeigt, wie nach Bedarf gewünschte Eigenschaften (höhere *3IMD*-Unterdrückung oder höhere Ausgangsleistung) erreicht werden, indem die geeigneten Parameter eingestellt werden.

Weiterhin werden die Vorteile des vorgestellten Konzepts im Vergleich zu anderen gegenübergestellt und über praktische Aspekte diskutiert. Abschließend wird ein Ausblick gegeben wie die Methoden weiter verbessert werden können.

In Kapitel 5 werden der Wirkungsgrad und die Rauschzahl der gesamten Schaltung bestimmt. Hier wird auch die Stabilität der Schaltung untersucht [(Nyq32)], [(Bod45)].

Zum Schluss wird eine Zusammenfassung der gesamten Arbeit in Kapitel 6 gegeben.

## 2 Linearisierungstechnik

### 2.1 Linearisierungskonzept

Die Geschichte der Linearisierungstechnik in Kommunikationssystemen ist fast so alt wie die Kommunikationstechnik selbst. Das Problem der Verbesserung der Linearität von Verstärkern ist zuerst durch Ingenieure bearbeitet worden, die sich mit hohen Leistungen in Telefonsystemen beschäftigt haben. Im Prinzip wurden die meisten Linearisierungstechniken wie Feedback, Predistortion und Feedforward von der Arbeit im Bell-Labor vor 60 Jahren geprägt, durch die Erfindungen von Black [(Bla37)].

Die älteste Methode ist die Feedback-Technik [(PBP88)], die ihre Hauptanwendungen in der Regelungstechnik fand. Die analoge Feedback-Technik [(HMO86)], verwendet eine schmalbandige negative Rückkopplung von Ausgangs- zu Eingangssignal, aber die Reduzierung der Intermodulationsprodukte ist mit dieser Methode begrenzt und führt auf Stabilitätsprobleme bei hohen Arbeitsfrequenzen. Die aktive Feedback-Technik [(PP93)], [(PBP88)] benötigt zusätzliche Verstärker-Stufen und ist ähnlich wie analoge Feedback-Technik mit einem relativ niedrigen Wirkungsgrad verbunden.

Eine andere Art von Feedback ist die Kartesische Feedback-Technik [(JM91)], [(JS94)]. Diese hat mehr Anwendungen im Bereich der Mobilkommunikation im Vergleich mit anderen gefunden, da ihre Intermodulationsprodukt-Unterdrückung relativ hoch ist und die Schaltung nicht kompliziert ist. Weitere Methoden von Feedback [(Ren01)] sind bekannt aber im Allgemeinen sind alle solche Methoden nicht geeignet für breitbandige Hochfrequenz-Signale und haben eine reduzierte Verstärkung (Gain) und somit einen relativ kleinen Wirkungsgrad wegen ihrer negativen Rückkopplung.

Die nächste Methode für Linearisierung ist die Predistortion-Technik, die in analogen und digitalen Schaltungen realisiert werden kann.

Die analoge Predistortion [(Khi94)] erzeugt ein vorverzerrtes Signal dritter oder höherer Ordnung. Mit passender Einstellung von Amplituden und Phasen können die Störssignale, die gegenphasig sind, am Ausgang der Schaltung kompensiert werden. Normalerweise wird in der Praxis die adaptive Predistortion genutzt [(Cav90)], um die Änderung der Schaltungseigenschaften aufgrund der Umgebungssituation zu kompensieren.

Das Arbeitsprinzip der Predistortions-Technik ist sehr einfach und auch sie kann einfach realisiert werden und wird häufig in Kommunikationssystemen eingesetzt. Im Allgemeinen haben Predistortion-Verstärker einen hohen Wirkungsgrad, aber ihre Linearität ist oft nicht ausreichend bzw. die Intermodulation-Unterdrückung ist gering.

Feed Forward-Technik ist eine weitere Methode für die Linearisierung, die in der letzten Dekade sehr häufig in *BS* für Leistungsverstärker eingesetzt wird.

Sie wurde zuerst in der Mikrowellen-Technik 1971 zur Linearisierung eines Wanderwellen-Röhren-Leistungsverstärkers verwendet und kombiniert einen Leistungsverstärker mit einem Hilfsverstärker zur Kompensation der nichtlinearen Verzerrungen des Leistungsverstärkers. Sie ist flexibler im Vergleich zu anderen Techniken und ist vor allem geeignet für breitbandige Signale und Multi-Kanäle (mehrere Kanäle in einem Arbeitsfrequenzband). Sie ist ohne Bedingung stabil.

Wie in der Einleitung beschrieben, hat hohe Linearität im Mobilkommunikationssystem in der *BS* eine große Bedeutung und diese kann im Prinzip erreicht werden, da in Feed Forward (*FF*)-Verstärker die Intermodulation-Unterdrückung groß ist [(ME74)], [(Mye94)], [(YWK03)], [(Cor02)].

Die *FF*-Technik ist in der Praxis sehr empfindlich gegenüber Verstärkungs- und Phasen-Änderungen (Fehlern) der beiden zusammengeschalteten Verstärker. Aus diesem Grund ist die adaptive Feedforward-Technik mit analogen und digitalen Schaltungen entwickelt worden [(EG97)], [(Par00)], [(EAP02)], [(WY03)].

Die *FF*-Technik ist aber nicht geeignet für den stark nichtlinearen Bereich. Das bedeutet, für hohe Ausgangsleistungen etwa im Sättigungsbereich des Hauptverstärkers wird die Intermodulation-Unterdrückung kaum verbessert.

Die hohe Linearität für Pegel im schwach nichtlinearen Bereich wird durch einen niedrigen Wirkungsgrad erkauft, der in der Praxis zwischen 7% und 11% variieren kann [(CKS04)], [(JS03)].

Eine erweiterte *FF*-Technik, die eine Predistortion-Schaltung vor dem Leistungsverstärker verwendet, verbessert den Wirkungsgrad z. B. auf 13.6% [(OIM04)].

Da diese Arbeit prinzipiell auf der *FF*-Technik aufbaut, wird in dem nächsten Abschnitt über ihr Funktionsprinzip diskutiert und ihre Schwachpunkte, besonders der niedrige Wirkungsgrad erläutert.

## 2.2 Neues Linearisierungskonzept: $FF$ -Power Combiner

Im Bezug auf die zuvor genannten Schwachpunkte ist die Frage, ob es überhaupt möglich ist, erstens, die störenden Intermodulationsprodukte (hauptsächlich  $3IMD$ -Produkt) bei hoher Ausgangsleistung im stark nichtlinearen Bereich zu unterdrücken und bei einer bestimmten Aussteuerung sogar zu Null zu setzen (im Folgenden die sog. Nullstelle) und zweitens den Wirkungsgrad der Schaltung zu erhöhen. Aus diesem Grund wurde versucht, die Dimensionierung der Schaltung in einem klassischen  $FF$ -Verstärker so zu ändern, dass die obigen Anforderungen erfüllt werden und ebenso eine Verbesserung der  $3IMD$ -Unterdrückung für kleine und grosse Pegel ermöglicht werden. Zum besseren Verständnis des neuen Konzepts und für einen Einblick in das ursprüngliche Konzept ( $FF$ -Verstärker) wird zuerst das Basisprinzip des klassischen  $FF$ -Verstärker kurz erläutert. Danach wird das neue Konzept untersucht und die Ergebnisse am Ende des Kapitels mit dem konventionellen Leistungsaddierer verglichen.

Der klassische  $FF$ -Verstärker besteht im Prinzip aus zwei Schleifen (Abbildung 2.1).

In der ersten Schleife werden die Nutzsignale in dem Verstärker A verstärkt, der auch die störenden Intermodulationsprodukte erzeugt. Ein Teil der Signale am Ausgang des Verstärkers A wird über den Richtkoppler A ausgekoppelt und über den Richtkoppler B mit einem Anteil des reinen Nutzsignals, welches keine Intermodulationsanteile enthält, zusammengeführt. Dabei soll sich das Nutzsignal am Ausgang des Richtkopplers B auslöschen, sodass nur noch das vom Verstärker A erzeugte Störsignal übrig bleibt. Deshalb müssen beide Nutzsignale einen Phasenunterschied von 180 Grad haben, welche aus der Phasenverschiebung an den beiden Richtkopplern und der elektrische Länge der Verbindungsleitung und Verzögerung von Leistungsverstärker A und Verzögerungsleitung B resultiert. Zudem müssen die Amplituden beider Nutzsignale gleich sein, was über das Dämpfungsglied abgeglichen wird.

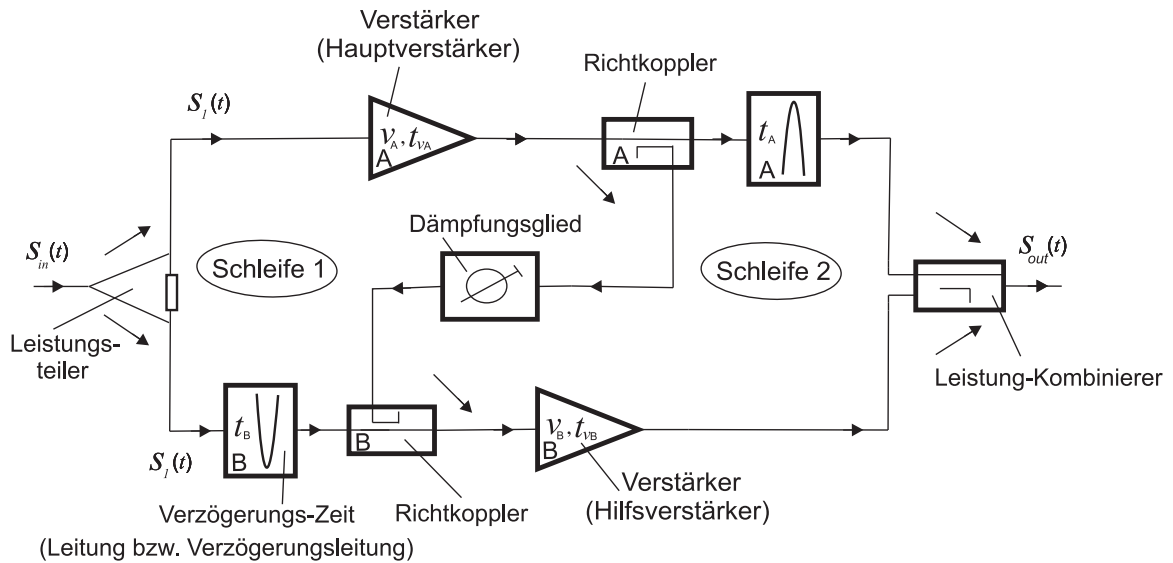


Abbildung 2.1: Schaltbild eines klassischen  $FF$ -Verstärker

In der zweiten Schleife wird das Störsignal durch Verstärker B so verstärkt, sodass sich die Spannungen der Intermodulationsprodukte am Ausgang des Leistungsaddierers auslöschten: Die Verstärkung des Verstärkers B muss so hoch gewählt werden, dass die Spannungsamplitude des über den Verstärker B verstärkten das Intermodulationsprodukts hinter dem Leistungsaddierer genauso groß ist wie das Intermodulationsprodukt des Verstärkers A hinter dem Leistungsaddierer. Eine weitere Voraussetzung dafür ist, dass die Signale am Ausgang des Leistungsaddierers eine Phaseverschiebung von 180 Grad aufweisen, was durch Justieren der Länge der Verzögerungsleitung A erreicht wird. Somit liegen am Ausgang des  $FF$ -Verstärkers keine Intermodulationsprodukte mehr an [(LO31)], [(KLY97)], [(PK94)], [(KB96)].

Der Grund für den niedrigen Wirkungsgrad von konventionellen  $FF$ -Verstärkern liegt einerseits in dem Betrieb weit unterhalb des Sättigungsbereichs der Hauptverstärker A (Klasse A-Betrieb, der bei Vollaussteuerung einen maximalen Wirkungsgrad von 50% haben kann) aber auch in der Auslegung des Hilfsverstärkers B (auxiliar amplifier), der als hoch linearer Verstärker betrieben wird um die Verzerrungssignale, die im Hauptverstärker (main amplifier) erzeugt werden, nur zu verstärken und möglichst wenig zusätzliche Störsignale (Intermodulationsprodukte) zu erzeugen. Dazu werden Klasse A-Verstärker verwendet, die sehr weit unterhalb ihrer Leistungsgrenze angesteuert werden.

Mit anderen Worten, der Hilfsverstärker B wird nicht verwendet um das Nutzsignal zu verstärken, trägt aber selbst erheblich zum Leistungsverbrauch bei. Da auf der einen Seite der Hilfsverstärker B schwach angesteuert wird und der Hauptverstärker A ebenfalls weit unterhalb des Sättigungsbereichs betrieben wird, gelingt ein guter  $IMR$  (Intermodulation-Ratio<sup>1</sup>) nur bei kleinen Eingangspegeln. Die Unterdrückung der Intermodulationsprodukte bei hohen Eingangspegeln nimmt dann allerdings stark ab [(OE00)], [(Fin02)].

In dieser Arbeit wird ein neues abgewandeltes Konzept des  $FF$ -Verstärkers vorgestellt. Der oben genannte Hilfsverstärker B wird zusätzlich zur Verstärkung des Nutzsignals verwendet, sodass sich ein höherer Wirkungsgrad ergibt. In diesem Konzept werden zwei gleiche Leistungsverstärker verwendet in der Weise, dass dabei gleichzeitig beide Verstärker etwa gleich große Leistungen erzeugen und die Summenleistung am Ausgang der Schaltung verfügbar wird (Leistungskombination).

---

<sup>1</sup>Leistungsabstand zwischen dem Nutzsignal und dem  $IMD$ -Produkt

Dieses  $FF$ -Verstärkerkonzept verbindet also die Eigenschaften von konventionellen parallelen Leistungsaddierern (Power Combiner) mit dem  $FF$ -Verstärkerkonzept.

Leistungsaddierer mit zwei parallelen gleichen Leistungsverstärkern sind schon lange für die Erzeugung einer erhöhten Ausgangsleistung bekannt. Die Linearität der Verstärkung wird aber, wie noch gezeigt wird, nicht verbessert und die Rausch-Zahl der gesamten Schaltung ist gleich der Rausch-Zahl der einzelnen Verstärker.

Der  $FF$ -Power Combiner dagegen verbessert auf der einen Seite die Linearität der Verstärkung und kombiniert auf der anderen Seite die Ausgangsleistungen von zwei gleichen Verstärkern bei großer Aussteuerung und damit bei hohem Wirkungsgrad.

Wie man in der Abbildung 2.2 sieht, hat das neue Konzept die selbe Struktur wie der klassische  $FF$ -Verstärker allerdings mit anderer Auslegung bzw. Aussteuerung des Richtkopplers, des Leistungsteilers bzw. Leistungsaddierers und der Leistungsverstärker.

In der 1. Schleife werden der Eingangsleistungsteiler und der Richtkoppler A und B so ausgewählt, dass die resultierenden Nutzsignale vor dem Leistungsverstärker A und B gleich sind (gleiche Eingangssignale für beide Leistungsverstärker A und B). Das bedeutet, um den Ausgleich der Signalhöhe zu ermöglichen, wird das Verhältnis des Leistungsteilers 1 zu 3 (-10 dB) und der Koppelfaktor der Richtkoppler A und B mit  $k^2 = \frac{2}{\nu}$  gewählt. Durch passende Dimensionierung der weiteren Schaltungskomponenten wird dafür gesorgt dass das vom Verstärker A übertragene Signalgemisch eine Vorzeichenumkehr erfährt; dadurch ergeben sich gleich große und gleich phasige Nutzsignale an den beiden Verstärkereingängen während das vom Leistungsverstärker A übertragene Verzerrungssignal in reduzierter Amplitude, aber in Gegenphase am Eingang des Leistungsverstärkers B ansteht.

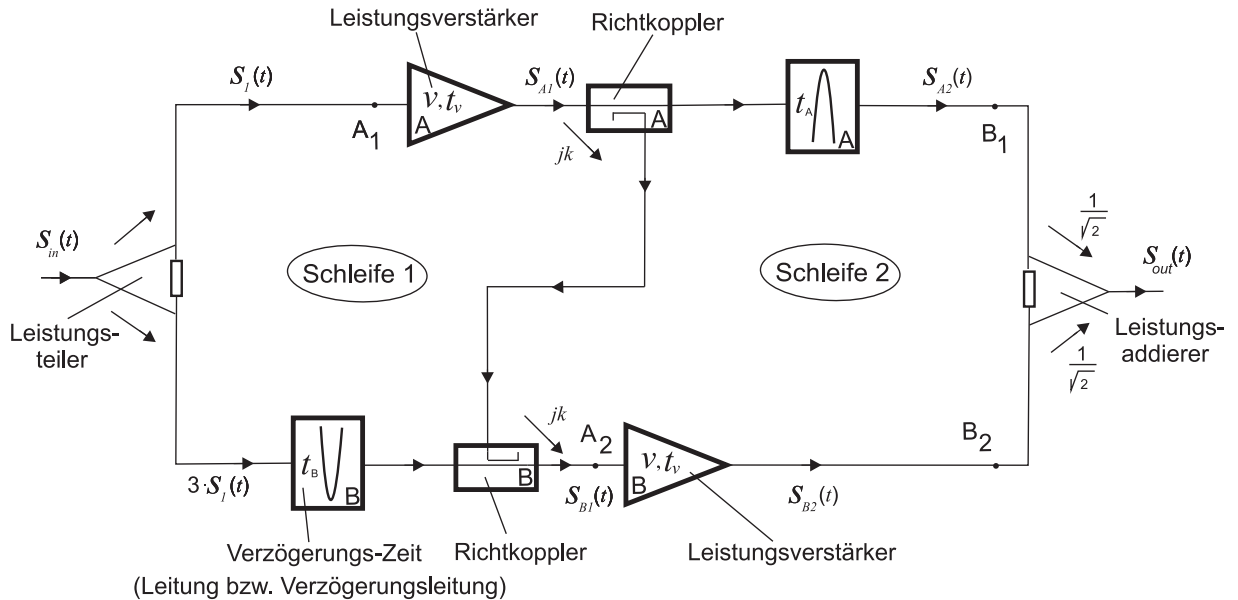


Abbildung 2.2: Konzept des  $FF$ -Power Combiner Amplifier



Mit identischen Leistungsverstärkern A und B (d. h. mit gleicher Verstärkung und gleichen Betriebsbedingungen) werden die verstärkten Nutzsignale und Intermodulationsprodukte vor dem Leistungsaddierer am Ausgang jeweils betragmässig gleich, sodass sich die Nutzsignale konstruktiv und Intermodulationsprodukte destruktiv überlagern.

Zur quantitativen Analyse der Schaltung nehmen wir an, das Eingangssignal habe die Spannung  $s_{in}(t)$ . Wenn der Eingangsteiler dieses Signal im Spannungs-Verhältnis 1 zu 3 teilt, dann ist das Eingangssignal am Verstärker A,  $s_1(t) = \frac{1}{\sqrt{10}}s_{in}(t)$  und am unteren Zweig zum Verstärker B,  $3s_1(t)$ . Das Ausgangssignal am Leistungsverstärker A:

$$s_{A1}(t) = \nu s_1(t - t_\nu) + s'(t - t_\nu) \quad (2.2.1)$$

mit

$\nu$  als Verstärkungsfaktor

$s_1(t)$  als Eingangssignal (Nutzsignal) bei Frequenz ( $\omega_1$ )

$t_\nu$  als Verzögerungszeit der Leistungsverstärker A und B

$s'(t)$  als erzeugtes Störsignal (Intermodulation) bei benachbarter Frequenz ( $\omega'$ )

Am Eingang des Leistungsverstärkers B überlagern sich die ausgekoppelten Ausgangssignale des Leistungsverstärkers A mit dem Eingangssignal nach der Verzögerungsleitung B. Das Eingangssignal vor dem Leistungsverstärker B ist:

$$s_{B1}(t) = -k^2(\nu s_1(t - t_\nu) + s'(t - t_\nu)) + 3s_1(t - t_\nu) \quad (2.2.2)$$

oder

$$s_{B1}(t) = (3 - k^2\nu)s_1(t - t_\nu) - k^2s'(t - t_\nu) \quad (2.2.3)$$

( $k$  als Kopplungsfaktor von zwei gleichen Richtkopplern mit jeweils 90 Grad Phasen Verschiebung).

Dazu wird die Verzögerungszeit  $t_\nu$  des Leistungsverstärkers A gleich der Verzögerungszeit  $t_B$  der Verzögerungsleitung B gesetzt. Dabei wird zur Vereinfachung die Verzögerungszeit der beiden Richtkoppler und Verbindungsleitungen vernachlässigt.

Mit dem Ziel beide Nutzsignale vor den Leistungsverstärkern A und B gleich zu machen, nehmen wir an, dass  $k^2\nu$  gleich 2 ist und das Eingangssignal vor Verstärker B:

$$s_{B1}(t) = s_1(t - t_\nu) - k^2s'(t - t_\nu) \quad (2.2.4)$$

Wenn der Betrag von  $(k^2 s'(t - t_\nu))$  gegen  $s_1(t - t_\nu)$  in der Beziehung (2.2.4) sehr klein wäre (1. Annahme), dann kann man behaupten, dass beide Eingangssignale fast gleich sind, was unten überprüft wird.

Das Ausgangssignal des Leistungsverstärkers B ist:

$$s_{B2}(t) = \nu s_1(t - 2t_\nu) - \nu k^2 s'(t - 2t_\nu) + s''(t - 2t_\nu) \quad (2.2.5)$$

oder mit  $k^2 \nu = 2$ :

$$s_{B2}(t) = \nu s_1(t - 2t_\nu) - 2s'(t - 2t_\nu) + s''(t - 2t_\nu) \quad (2.2.6)$$

Das Ausgangssignal des Leistungsverstärkers A (Gl. 2.2.7) wird nach Durchlaufen der Verzögerungsleitung A (mit  $t_A = t_\nu$ ) vor dem Leistungsaddierer zu:

$$s_{A2}(t) = \nu s_1(t - 2t_\nu) + s'(t - 2t_\nu) \quad (2.2.7)$$

Durch Vergleich der Ausgangssignale der beiden Leistungsverstärker A und B (Beziehungen 2.2.6 und 2.2.7), sieht man, dass die Beträge der Nutzsignale und die Störsignale gleich sind und die Phase der beiden Störssignale 180 Grad gedreht ist, wenn  $s'(t - 2t_\nu) \approx s''(t - 2t_\nu)$  wäre (2. Annahme).

So werden die Störssignale kompensiert durch Subtraktion und die Nutzsignale erhöht durch Leistungsaddition, d. h. das Ausgangssignal hinter dem Leistungsaddierer ist:

$$s_{out}(t) = \frac{2}{\sqrt{2}} \nu s_1(t - 2t_\nu) \quad (2.2.8)$$

Überprüfung der 1. Annahme:

Wir bezeichnen das Verhältnis zwischen verstärktem Eingangssignal und erzeugtem Stör-signal im Leistungsverstärker A ( $\nu s_1(t - t_\nu)$  und  $s'(t - t_\nu)$  in Beziehung 2.2.1) als IMR, d. h.:

$$\nu s_1(t - t_\nu) \approx IMR \cdot s'(t - t_\nu), \quad (2.2.9)$$

Wenn z. B. IMR=10 ist (entspr. 20 dB), dürfen wir behaupten:

$$\nu s_1(t - t_\nu) \gg s'(t - t_\nu). \quad (2.2.10)$$

Um eine Einschätzung bzw. Grenze für  $\nu$  zu erhalten, die mit unserer 1. Annahme übereinstimmt, werden zwei unterschiedliche Fälle für  $\nu$  angenommen und die Ergebnisse werden miteinander verglichen.

Mit  $k^2\nu = 2$  wird  $k^2s'(t - t_\nu) = \frac{2}{\nu}s'(t - t_\nu)$ ;

mit dem angenommenen IMR wird  $s'(t - t_\nu) = \frac{\nu}{IMR}s_1(t - t_\nu)$ .

Die Kombination ergibt  $k^2s'(t - t_\nu) = \frac{2}{IMR}s_1(t - t_\nu)$ .

Damit die Ungleichheit der ersten Annahme gilt, muss also  $\frac{2}{IMR} \ll 1$  sein:

Eine Grenze könnte mit IMR=20 angenommen werden; dabei ist zu beachten, dass die Verstärkung  $\nu$  hier keine Rolle spielt.

Das bedeutet, je größer der IMR ist (weit weg vom Sättigungsbereich), desto stärker ist die Gleichung 2.2.8 erfüllt damit stärker unsere 1. Annahme.

Die Annahme 2 wird automatisch erfüllt, wenn die Annahme 1 erfüllt wird, da zwei gleiche Verstärker bzw. Leistungsverstärker mit gleichen Betriebsbedingungen fast gleiche Störungen erzeugen, wenn beide Eingangssignale fast gleich sind.

Der Richtkoppler A soll einen sehr hohen Transmissionsfaktor nahe 1 haben, um die erzeugte Leistung ohne hohe Verluste an den Ausgang zu übertragen.

In dieser Arbeit wird  $\nu = 200$  ausgewählt (46 dB Verstärkung) und mit der gefundenen Bedingung  $k^2\nu = 2$  wird  $k = 0,1$  (-20 dB Richtkoppler).

Zum Erreichen dieser hohen Leistungsverstärkung werden zwei Verstärker kaskadiert.

Zur Kombination der zwei Ausgangssignale  $s_{A2}(t)$  und  $s_{B2}(t)$  am Ende der Schaltung wird ein Leistungsaddierer benutzt, der eine hohe Leistungsfestigkeit und sehr geringe Dämpfung haben sollte. Dafür könnte ein Wilkinson-Addierer geeignet sein, der auf der einen Seite die Nutzsignale (Gleichtakt) ohne beträchtliche Verluste addiert und auf der anderen Seite die Störsignale (Gegentakt) im Querwiderstand absorbiert (Abbildung 2.2).

Um die Signale in der Schaltung phasenrichtig kombinieren zu können, müssen die entsprechenden Kabel gleiche elektrische Länge haben. Auch die Verzögerungszeit der Verstärker wird durch Koaxial-Kabel kompensiert. Mangelhafter Phasen-Gleichlauf verursacht Phasen-Verschiebungen der Nutzsignale und Störsignale aus Verstärker A und Verstärker B und dementsprechend kann keine perfekte Addition der Nutzsignale bzw. Subtraktion der Intermodulation im Ausgang gewährleistet werden.

## 2.3 3IMD-Unterdrückung in FF-Power Combiner-Schaltung

Im Gegensatz zum letzten Abschnitt (2.2), wo das Verhalten der Schaltung in einfacher Form (im Zeitbereich) analysiert wurde, wird dieses hier für eine sinusförmige Erregung (Frequenzbereich) untersucht und ermittelt unter welchen Bedingungen die 3IMD-Verzerrungen unterdrückt werden können. Um einen Einblick in dieses Verhalten zu gewinnen, wird die vorgestellte Schaltung am Eingang mit zwei Spannungssignalen als Zweiton-Aussteuerung eingespeist (Abbildung 2.3), d. h.:

$$u_{in}(t) = \hat{u}_{in}(\cos \omega_1 t + \cos \omega_2 t) \quad (2.3.1)$$

Im Folgenden soll das Ausgangssignal der Schaltung mit vereinfachten Annahmen, die noch im Weiteren erläutert werden, berechnet werden:

Alle Bauteile werden als verlustfrei angenommen. Die Richtkoppler werden durch ihren Transmissionsfaktor und den Koppelfaktor charakterisiert. Beide Leistungsverstärker sind identisch und werden durch ihre Spannungsverstärkung und die zeitliche Verzögerung beschrieben. Die verlustfreien Verzögerungsleitungen erzeugen die gleiche zeitliche Verzögerung wie beide identischen Leistungsverstärker.

Alle Bauteile sind ideal angepasst, sodass innerhalb der Schaltung keine Reflexionen auftreten. Die Verstärker werden als reine Bandpass-Verstärker angenommen.

Das Ausgangssignal des Leistungsverstärkers A besteht aus den verstärkten Nutzsignalen und den erzeugten 3IMD-Verzerrungen (zur Vereinfachung der Rechnung werden nur die vier wichtigsten Frequenzen berücksichtigt) :

$$\begin{aligned} u_1(t) = k_1 \nu \hat{u}_{in} [\cos(\omega_1(t - t_\nu)) + \cos(\omega_2(t - t_\nu))] \\ + \hat{u}_d [\cos(\omega_{d1}(t - t_\nu)) + \cos(\omega_{d2}(t - t_\nu))] \end{aligned} \quad (2.3.2)$$

mit

$k_1$  als Kopplungsfaktor des Leistungsteilers

$\nu$  als Verstärkung der beiden identischen Leistungsverstärker

$t_\nu$  als Verzögerungszeit der beiden Leistungsverstärker

$\hat{u}_d = \hat{u}_{d1} = \hat{u}_{d2}$  als Amplitude der erzeugten Störssignale (3IMD-Produkte)

$\omega_{d1}$  und  $\omega_{d2}$  als Frequenzen der erzeugten Störssignale

( $\omega_{d1} = 2\omega_1 - \omega_2$  und  $\omega_{d2} = 2\omega_2 - \omega_1$ )

Beide Störsignale (3IMD-Produkte) und beide Nutzsignale werden gleich stark angenommen mit gleichen zeitlichen Verzögerungen.

Wegen der Symmetrie des Spektrums reicht zur Vereinfachung der Rechnung die Brücksichtigung von nur einer Hälfte der Signale ( $\omega_1$  und  $\omega_{d1}$ ), d. h:

$$u_1(t) = k_1 \nu \hat{u}_{in} \cos(\omega_1(t - t_\nu)) + \hat{u}_d \cos(\omega_{d1}(t - t_\nu)) \quad (2.3.3)$$

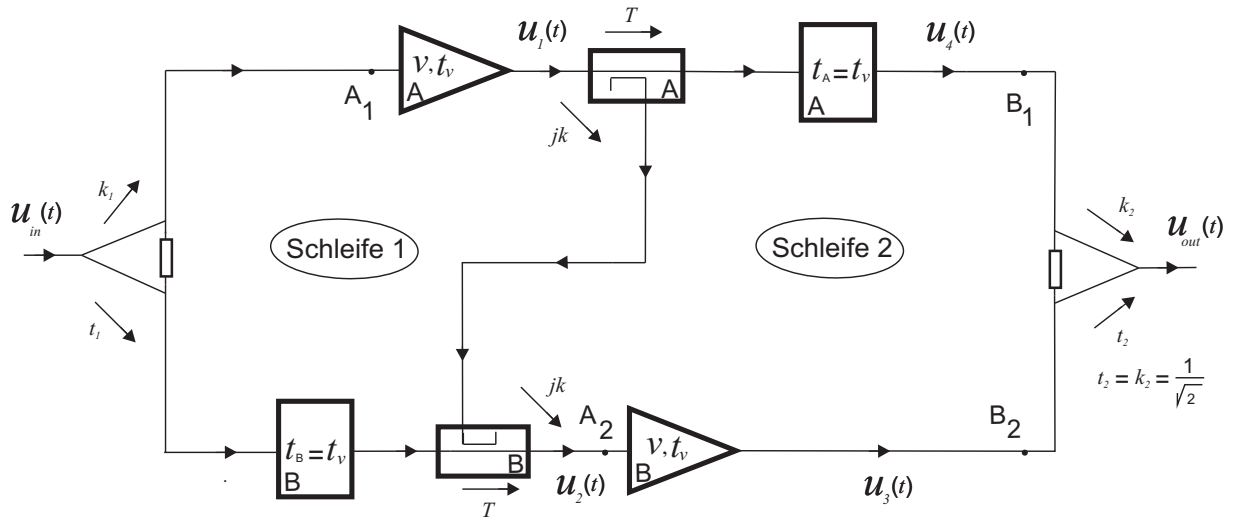


Abbildung 2.3: FF-Power Combiner-Konzept

Am Eingang des Leistungsverstärkers B überlagern sich die Ausgangssignale des Leistungsverstärkers A, welche über die Richtkoppler A und B gelangen, mit dem reinen Nutzsignal über die Verzögerungsleitung B :

$$u_2(t) = k^2 k_1 \nu \hat{u}_{in} \cos(\omega_1(t - t_\nu) + \varphi_k) + t_1 T \hat{u}_{in} \cos(\omega_1(t - t_\nu)) + k^2 \hat{u}_d \cos(\omega_{d1}(t - t_\nu) + \varphi_k) \quad (2.3.4)$$

mit

$t_1$  als Transmissionsfaktor des Leistungsteilers

$T$  und  $k$  als Transmissions- und Kopplungsfaktor der beiden Richtkoppler A und B

$\varphi_k$  als Phasen-Verschiebung durch die beiden Richtkoppler A und B

Man sieht in der Gleichung 2.3.4, dass die beiden Ausgangssignale von dem Leistungsverstärker A mit dem Kopplungsfaktor  $k$  und der Phase  $\varphi_k$  übertragen werden.

Wegen der 90 Grad Phasen-Verschiebung für jeden Richtkoppler (in der Abbildung 2.3 angedeutet durch den Faktor  $j$ ), wird die Gleichung 2.3.4 zu:

$$u_2(t) = [-k^2 k_1 \nu \hat{u}_{in} + T t_1 \hat{u}_{in}] \cos(\omega_1(t - t_\nu)) - k^2 \hat{u}_d \cos(\omega_{d1}(t - t_\nu)) \quad (2.3.5)$$

Wir nehmen an, dass die Kabelverbindung zwischen dem Richtkoppler A und B keine Verzögerungszeit erzeugt. In der Praxis wird die gesamte Verzögerungszeit in der ersten Schleife durch die Verzögerungsleitung B kompensiert, so dass beide Signale gleichzeitig, d. h. ohne gegenseitige Verschiebung auf der Zeitachse, durch Richtkoppler B kombiniert werden können (mit Berücksichtigung der erzeugten 180 Grad Phasen-Verschiebung durch beide Richtkoppler A und B).

Das Signal  $u_2(t)$  wird durch den Leistungsverstärker B verstärkt. Wie in Kapitel 1 gezeigt wurde, sind die erzeugten Ausgangssignale harmonische und nichtharmonische Produkte verschiedener Ordnung.

Hier muss darauf aufmerksam gemacht werden, dass die Nutzsignale und die *3IMD*-Produkte am Eingang des Leistungsverstärker B weitere Intermodulationsprodukte dritter Ordnung erzeugen können, die unter anderen auf den selben Frequenzen ( $f_1$ ,  $f_2$ ,  $2f_1 - f_2$ ,  $2f_2 - f_1$ ) liegen wie die Eingangssignale selbst und die Amplituden bei diesen Frequenzen beeinflussen können.

Beispielsweise:

$$\begin{aligned} \omega_{neu1} &= 2\omega_2 - \omega_{d2} = 2\omega_2 - 2\omega_2 + \omega_1 = \omega_1 \\ \omega_{neu2} &= 2\omega_1 - \omega_{d1} = 2\omega_1 - 2\omega_1 + \omega_2 = \omega_2. \end{aligned}$$

Der erzeugte Unterschied (Fehler) zwischen der Messung und dem Modell aufgrund dieses Aspektes soll zur Beurteilung des Endergebnisses (im Kapitel 4) berücksichtigt werden.

Die Ausgangssignale des Leistungsverstärkers B sind ohne Berücksichtigung obiger Anteile (hier werden ebenso zur Vereinfachung der Rechnung nur die vier wichtigsten Frequenzen berücksichtigt) :

$$u_3(t) = [-k^2 k_1 \nu^2 + t_1 T \nu] \hat{u}_{in} \cos(\omega_1(t - 2t_\nu)) - k^2 \nu \hat{u}_d \cos(\omega_{d1}(t - 2t_\nu)) + \hat{u}_d'' [\cos(\omega_{d1}(t - 2t_\nu))] \quad (2.3.6)$$

mit

$\hat{u}_d''$  als Amplitude des neu erzeugten Störssignals (3IMD-Produkt) aus den beiden Nutzsignalen im Verstärker B.

Wenn Verstärker B so angesteuert wird wie Verstärker A, wird dieses Intermodulationsprodukt etwa gleich  $\hat{u}_d$  sein.

Das Ausgangssignal des Leistungsverstärkers A wird nach Durchlaufen des Richtkopplers A und der Verzögerungsleitung A umgeformt zu:

$$u_4(t) = k_1 T \nu \hat{u}_{in} \cos(\omega_1(t - 2t_\nu)) + T \hat{u}_d \cos(\omega_{d1}(t - 2t_\nu)) \quad (2.3.7)$$

Die Verzögerungsleitung A in der zweiten Schleife sorgt dafür, dass die beiden Signale vor dem Ausgangsaddierer phasenrichtig kombiniert werden können.

Die beiden Spannungssignale (Gleichung 2.3.6 und 2.3.7) werden durch den Leistungsaddierer kombiniert (3 dB -Addierer,  $k_2 = t_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ), d. h. es gilt für die Ausgangsspannung:

$$u_{out}(t) = t_2 \cdot u_3(t) + k_2 \cdot u_4(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (u_3(t) + u_4(t)) \quad (2.3.8)$$

Mit der Einstellung  $k^2 \nu = 2$  und mit dem bekannten Transmissionsfaktor der beiden Richtkoppler A und B ( $T \approx 1$ ), wird die Gleichung 2.3.8 vereinfacht zu:

$$\begin{aligned} u_{out}(t) = & \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{u}_{in}(-2k_1 + t_1)\nu \cos(\omega_1(t - 2t_\nu)) - 2\hat{u}_d \cos(\omega_{d1}(t - 2t_\nu)) \\ & + \hat{u}_d \cos(\omega_{d1}(t - 2t_\nu)) + k_1 \hat{u}_{in} \nu \cos(\omega_1(t - 2t_\nu)) \\ & + \hat{u}_d \cos(\omega_{d1}(t - 2t_\nu))) \end{aligned} \quad (2.3.9)$$

Beim Vergleich der Anteile gleicher Frequenzen sieht man, wenn der Eingangsteiler ein -10 dB Richtkoppler (3 zu 1 Verhältnis,  $t_1 = 3k_1 = 3(\frac{1}{\sqrt{10}})$ ) ist, sind die Amplituden der Frequenzanteile bei  $\omega_1$  gleich:

$$\begin{aligned}
 u_{out}(t) = & \frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{1}{\sqrt{10}} \nu \hat{u}_{in} \cos(\omega_1(t - 2t_\nu)) + \frac{1}{\sqrt{10}} \nu \hat{u}_{in} \cos(\omega_1(t - 2t_\nu)) \right. \\
 & - 2\hat{u}_d \cos(\omega_{d1}(t - 2t_\nu)) + \hat{u}_d \cos(\omega_{d1}(t - 2t_\nu)) \\
 & \left. + \hat{u}_d \cos(\omega_{d1}(t - 2t_\nu)) \right) \quad (2.3.10)
 \end{aligned}$$

Wie man aus der Gleichung 2.3.10 sieht, überlagern beide *3IMD*-Signale destruktiv und beide Nutzsignale konstruktiv miteinander.

Das verbleibende Ausgangssignal ist:

$$u_{out}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{2}{\sqrt{10}} \nu \hat{u}_{in} \cos(\omega_1(t - 2t_\nu)) = \sqrt{2} \frac{\nu}{\sqrt{10}} \hat{u}_{in} \cos(\omega_1(t - 2t_\nu)) \quad (2.3.11)$$

bzw. bei Betrachtung der beiden Töne des Nutzsignals:

$$u_{out}(t) = \sqrt{2} \frac{\nu}{\sqrt{10}} \hat{u}_{in} [\cos(\omega_1(t - 2t_\nu)) + \cos(\omega_2(t - 2t_\nu))] \quad (2.3.12)$$

Wie die Gleichung 2.3.12 mit dem Faktor  $\sqrt{2}$  zeigt, haben wir am Ausgang der Schaltung die Verdopplung der Leistung des Leistungsverstärkers A, der zwischen Ein- und Ausgang der Schaltung die Verstärkung  $k_1 \nu = \frac{\nu}{\sqrt{10}}$  beiträgt und ein Ausgangssignal, das mit der doppelten zeitlichen Verzögerung der beiden Leistungsverstärker verzögert worden ist ohne das Störssignal bei zu behalten.

Zum Vergleich mit konventionellem parallelem Leistungsaddierer nach der Abbildung 2.4 wird das Signal am Ausgang der Schaltung mit zwei gleichen Leistungsverstärkern and 3 dB Leistungsteiler bzw. Leistungsaddierer angegeben:



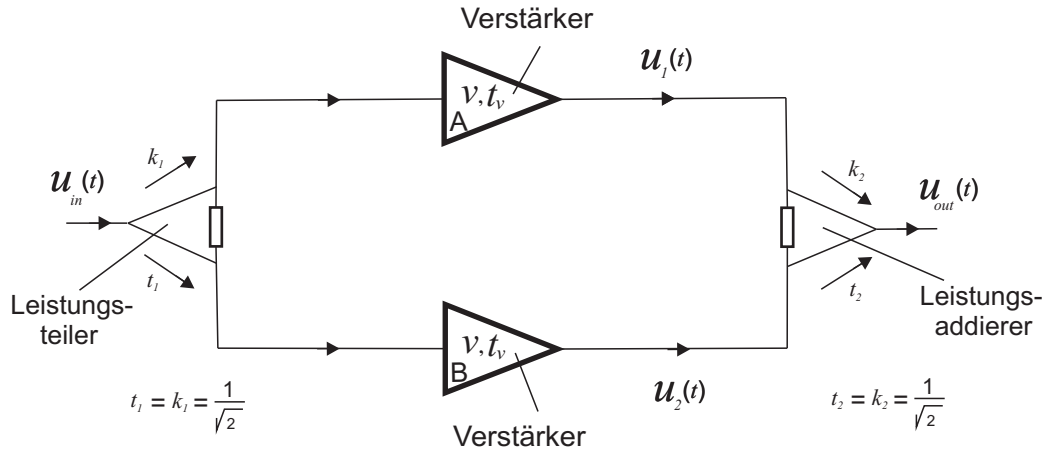


Abbildung 2.4: Konventioneller paralleler Leistungsaddierer

$$u_{out}(t) = k_2 \cdot u_1(t) + t_2 \cdot u_2(t)$$

$$= \sqrt{2} \frac{\nu}{\sqrt{2}} \hat{u}_{in} [\cos(\omega_1(t - t_\nu)) + \cos(\omega_2(t - t_\nu))]$$

$$+ \sqrt{2} \hat{u}_d [\cos(\omega_{d1}(t - t_\nu)) + \cos(\omega_{d2}(t - t_\nu))] \quad (2.3.13)$$

Wenn man die Gleichung 2.3.12 und 2.3.13 miteinander vergleicht, sieht man jedoch, dass die Verstärkung des Leistungsaddierers um den Faktor  $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{5}$  grösser ist als bei dem *FF*-Power Combiner. Der Faktor  $\sqrt{2}$  zeigt wiederum die Leistungsaddition, so dass klar ist, dass bei entsprechender Aussteuerung beide Schaltungen die selbe Nutzleistung erzeugen können. Ebenfalls werden die *3IMD*-Produkte über dem Faktor  $\sqrt{2}$  in ihrer Leistung verdoppelt, so dass der *IMR* so groß bleibt wie bei einem Einzelverstärker (keine Kompensation).

## 3 Mathematischer Modell-Aufbau

### 3.1 Modellbildung mit Taylor-Reihe

Mathematische Modelle versuchen, ein Phänomen durch geeignete Parameter zu beschreiben und diese in einem geeigneten Verfahren zur Vorhersage des beobachteten Systems zu nutzen. Diese Verfahren können sowohl analytische als auch numerische Verfahren (Approximations-Verfahren) sein, die durch eine mathematische Methode, z. B. ein Gleichungssystem, Differentialgleichungssystem etc. das System abbilden. Mit anderen Worten ist ein mathematisches Modell eine quantitative Formulierung eines geschlossenen Satzes von Gleichungen, indem die Wirklichkeit natürlicher Phänomenen beschreibbar ist.

Die Gültigkeit jedes Modells ergibt sich aus dem Vergleich von Modell-Ergebnissen mit Ergebnissen des repräsentierten Systems.

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein Modell gebildet um einerseits das Verhalten unseres Verstärker-System ohne großen experimentellen Aufwand voraussagen zu können indem die Parameter in den mathematischen Gleichungen geändert werden; andererseits können mit Hilfe des Modells Verhaltensweisen unseres experimentellen Systems untersucht und besser verstanden werden.

Um das Verhalten der gesamten Schaltung mathematisch zu beschreiben, soll zuerst jeder Leistungsverstärker getrennt charakterisiert werden, d. h. es soll zuerst jeder Leistungsverstärker als mathematisches Modell dargestellt werden. Alle anderen Bauelemente können durch einfache mathematische Modelle beschrieben werden, da ihr Verhalten im interessierenden Bereich als linear vorausgesetzt werden können.

Zur Modellierung des nichtlinearen Verstärkerverhaltens kann die Leistungsübertragungsfunktion gemessen werden und in einer Kennlinie dargestellt werden (Abbildung 1.5). Somit sind wir in der Lage, zur mathematische Beschreibung dieses Verhaltens die Kennlinie in eine Reihe z. B. Taylor-Reihe zu entwickeln (Gleichung 1.2.5). Die Taylor-Reihe beschreibt zwar die Spannungsübertragungsfunktion, wir können aber im Allgemeinen nur die Leistungen der Intermodulationsprodukte leicht bestimmen (z. B. mit einem Spektrumanalysator); aus den Leistungsverhältnissen wird dann auf die Beträge der Spannungen  $\hat{u}$  zurückgerechnet.

Die mathematische Darstellung des Leistungsverstärkers wird vollständiger, wenn die Anzahl der Parameter ( $c_1, c_2, c_3, \dots$ ) in der Gleichung 1.2.5 erhöht wird, sowie die Intermodulationsprodukte als Funktion der Eingangsleistung zusätzlich berücksichtigt werden.

Zur Bestimmung dieser Parameter werden Messwerte verwendet, nachdem jeder Leistungsverstärker zuerst getrennt vermessen wird. Das bedeutet, das Verhalten jedes Leistungsverstärkers im Bezug auf den 1-dB Kompressionspunkt, die dritten, fünften, siebten und neunten Intermodulationsprodukte (3IMD-, 5IMD-, 7IMD- und 9IMD-Produkte) wurden getrennt vermessen.

Die Messwerte, die hier verwendet worden sind, sind nur Messwerte aus der Zweiton-Aussteuerung (Fall b in Kapitel 1.3). Der Vorteil der Zweiton-Aussteuerung gegenüber der Eintön-Aussteuerung (Fall a in Kapitel 1.3) liegt darin, dass sich sowohl die Grundwelle ( $f_1, f_2$ ) als auch die Intermodulationsprodukte dritter Ordnung ( $2f_1 - f_2, 2f_2 - f_1$ ) in einem relativ schmalen Frequenzband befinden.

Dazu werden am Eingang eines jeden Leistungsverstärkers zwei sinusförmigen Signale ( $f_1$  und  $f_2$ ) über einen Addierer eingespeist. Dabei ist der spektrale Abstand der beiden Grundsignale klein zu wählen,  $|\omega_2 - \omega_1| \ll \omega_1$ . Mit dem Spektrum-Analysator werden danach jeweils die Ausgangsleistungen ( $P_{out}$ ) der Grundwelle und der Intermodulationsprodukte verschiedener Ordnungen (3IMD-, 5IMD-Produkte etc.) als Funktion der Eingangsleistungen der Einzeltöne ( $P_{in}$ ) gemessen (Leistungsübertragungsfunktion, Abbildung 3.1 und 3.2).

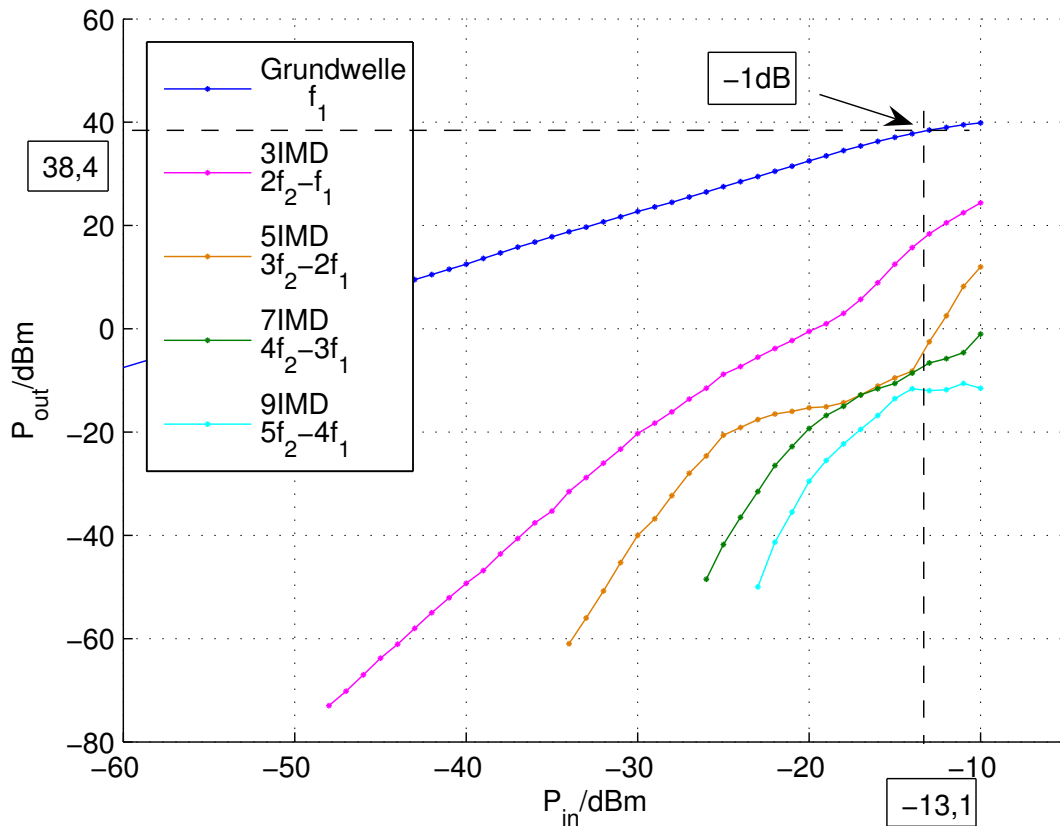


Abbildung 3.1: Messwerte des Leistungsverstärkers A

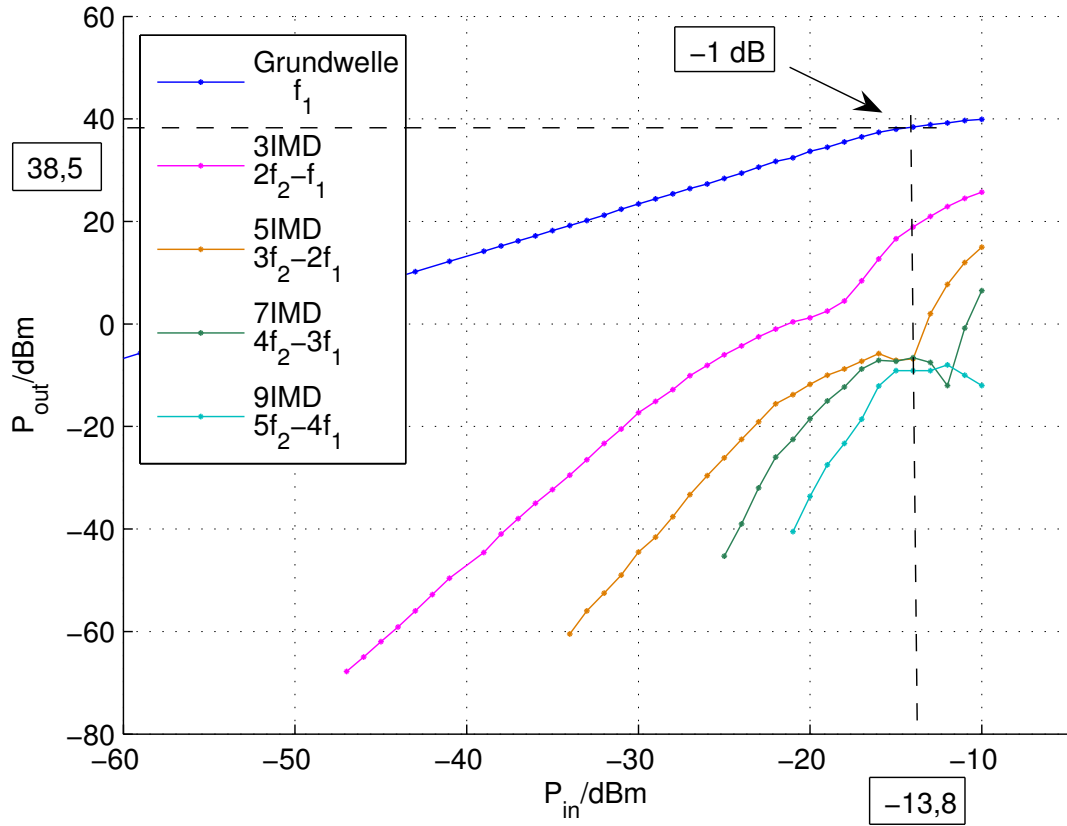


Abbildung 3.2: Messwerte des Leistungsverstärkers B

Die eingesetzten Verstärker werden in Kapitel 4 genauer betrachtet; sie bestehen aus mehreren Verstärkerstufen in einer Kette. Wie man an den Messergebnissen sieht, sind die beiden Leistungsverstärker keineswegs gleich in ihrem Kompressionsverhalten, speziell bzgl. der höheren Intermodulationsprodukte bei hoher Aussteuerung. Zur Berechnung der Ausgangssignale des Verstärkers mit Hilfe der mathematischen Modells der Übertragungsfunktion werden die zwei sinusförmigen Signale des Zweiton:

$$u_{in}(t) = \hat{u}_{in} \cdot (\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)) \quad (3.1.1)$$

in die Taylor-Reihe (Gleichung 1.2.6) eingesetzt.

Nach der Verwendung von algebraischen und trigonometrischen Funktionen, lassen sich die neuen erzeugten Signale bzw. deren Frequenzen am Ausgang in geschlossenen Formeln darstellen:

$$u_{out}(t) =$$

$$\sum_{m=0}^{(N-1)/2} \left\{ \sum_{n=m}^{(N-1)/2} \binom{2n+1}{n} \binom{2n+1}{n-m} \frac{\hat{u}_{in}^{2n+1}}{2^{2n}} c_{2n+1} \cos(((m+1)\omega_1 - m\omega_2)t) \right\} +$$

$$\sum_{m=0}^{(N-1)/2} \left\{ \sum_{n=m}^{(N-1)/2} \binom{2n+1}{n} \binom{2n+1}{n-m} \frac{\hat{u}_{in}^{2n+1}}{2^{2n}} c_{2n+1} \cos(((m+1)\omega_2 - m\omega_1)t) \right\} \quad (3.1.2)$$

mit

- N maximale ausgewählte Ordnung der Taylor-Reihe
- n Laufindex der Taylor-Reihe (als ganze Zahl)
- m Ordnung der erzeugten Intermodulationsprodukte (als ganze Zahl)
- $c_n$  Taylor-Koeffizienten

Im Anhang A.2 ist die Zerlegung in die Spektralen Anteile der Gleichung 3.1.2 vorhanden. Ebenfalls sind die Formeln für die Auswertung der Einton-Aussteuerung im Anhang A.1 verfügbar.

Für die Formeln der Zweiton-Aussteuerung wurden in Gleichung 3.1.2 ausschließlich die ungeraden Anteile der Taylor-Reihe berücksichtigt, da nur ungerade Taylor-Koeffizienten ( $c_{2n+1}$ ) zur Bestimmung der betrachteten Intermodulationsprodukte verantwortlich sind (diese Intermodulationsprodukte werden im nächsten Abschnitt aufgelistet, Gleichungen 3.1.3 bis 3.1.7). Es handelt sich dabei nur um solche Anteile, die eine Auswirkung in der zu betrachtenden Bandpass-Bandbreite der Verstärker haben (alle anderen erzeugten Signale bzw. Frequenzen mit geraden Koeffizienten liegen außerhalb dieser Bandbreite, Abbildung 3.4). Außerdem sind die Intermodulationsprodukte gerade Ordnung in den üblichen "Linear"-Verstärkern relativ klein, da die Übertragungsfunktion der Verstärker eine ungerade Funktion ist (Abbildung 3.3).

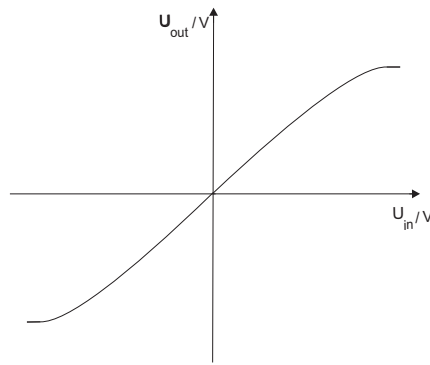


Abbildung 3.3: Idealisierte Übertragungsfunktion von "Linear"-Verstärkern

Zur Ermittlung der Taylor-Koeffizienten (ungerade Koeffizienten) in der Gleichung 3.1.2 wurden drei verschiedenen Methoden verwandt, die je nach ihrer Einschränkung in ihren Anwendungen weiter unten ausführlich erklärt werden.

Bevor die Taylor-Koeffizienten ermittelt werden, soll darauf hingewiesen werden, dass im klassischen Fall, bei dem der Verstärker bei relativ kleinem Eingangspegel weit unterhalb des Sättigungsbereichs betrieben wird, die ersten Koeffizienten  $c_1, c_3$  zur Darstellung des Verstärker-Verhaltens ausreichen wie z. B. bei einem Keinsignal-Empfänger (linearer Verstärker mit großem IMR). Wenn der Verstärker in den Sättigungsbereich kommt, wird die Bestimmung der höheren Koeffizienten  $c_5, c_7$  etc. zur Charakterisierung des Verstärkers nötig wie z. B. bei einem Leistungs-Sender (nichtlinearer Verstärker).

Die Genauigkeit der höheren Koeffizienten, wie im Folgenden gesehen wird, wird aber in solchen Fällen schlechter als die Genauigkeit der ersten Koeffizienten was zu einer ungenaueren Modellierung von Grundwelle und IM-Produkten bei großer Aussteuerung führt.

### 3.1.1 Aufstellung der mathematischen Gleichungen mit Intercept Point

Wie man aus den Messergebnissen (Abbildungen 3.1 und 3.2) sieht, sind für kleine Eingangsspannungen die Intermodulationsprodukte sehr klein. Mit der Vergrößerung des Pegels steigen sie drastisch. Da die Steigung des Nutzsignals und das  $3IMD$ -Produkt nicht gleich sind (für kleine Eingangspegel), treffen sie sich ihre lineare Fortsetzungen erst bei höheren Pegeln (Abbildung 3.5).

Der Schnittpunkt wird als Intercept Point dritter Ordnung ( $IP3$ ) bezeichnet, wo die Nutzleistung und  $3IMD$ -Leistung gleich sind.

Dieser Punkt ist ein Maß für den dynamischen Bereich, d. h. je höher der Intercept Point ist, desto größer ist der dynamische Bereich des Verstärkers.

Mit der Gleichheit der Leistung im  $IP3$  des Nutzsignals und des  $3IMD$ -Produkts kann der Taylor-Koeffizient  $c_3$  bestimmt werden. Zur Bestimmung der höheren Koeffizienten wird das selbe Prinzip bei den höheren Ordnungen der Intercept-Points ( $IP5$ ,  $IP7$  etc.) verwandt, wie im Folgenden erläutert wird (Abbildung 3.4).

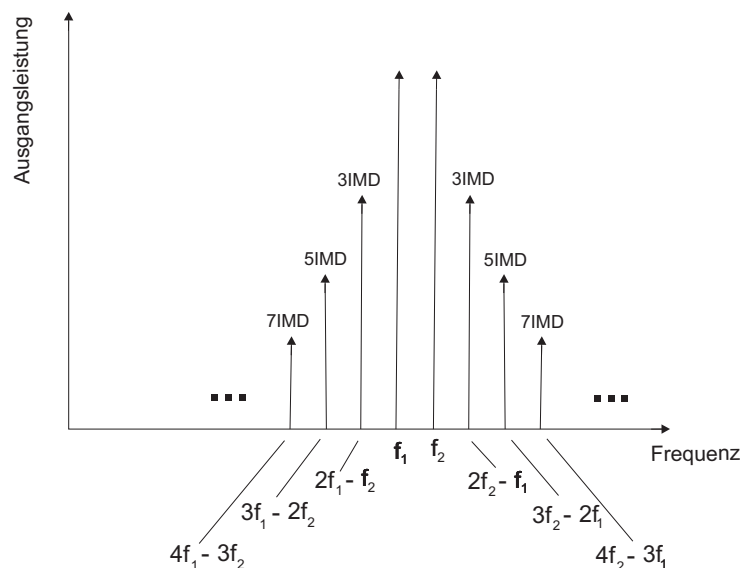


Abbildung 3.4: Erzeugte Intermodulationsprodukte höherer Ordnung am Ausgang des Leistungsverstärkers

Das Verhalten der Intermodulationsprodukte kann mit Hilfe der Taylor-Reihenentwicklung nachvollzogen werden. Zu diesem Zweck werden die Gleichungen der Intermodulationsprodukte und der Grundwelle am Ausgang des Leistungsverstärkers angegeben (Anhang A.2).

$$\hat{u}_{out,G} = \sum_{n=0}^{(N-1)/2} \binom{2n+1}{n} \binom{2n+1}{n} \frac{\hat{u}_{in}^{2n+1}}{2^{2n}} c_{2n+1} = \hat{u}_{in} c_1 + \frac{9}{4} \hat{u}_{in}^3 c_3 + \frac{100}{16} \hat{u}_{in}^5 c_5 + \dots \quad (3.1.3)$$

$$\hat{u}_{out,3IMD} = \sum_{n=1}^{(N-1)/2} \binom{2n+1}{n} \binom{2n+1}{n-1} \frac{\hat{u}_{in}^{2n+1}}{2^{2n}} c_{2n+1} = \frac{3}{4} \hat{u}_{in}^3 c_3 + \frac{50}{16} \hat{u}_{in}^5 c_5 + \dots \quad (3.1.4)$$

$$\hat{u}_{out,5IMD} = \sum_{n=2}^{(N-1)/2} \binom{2n+1}{n} \binom{2n+1}{n-2} \frac{\hat{u}_{in}^{2n+1}}{2^{2n}} c_{2n+1} = \frac{10}{16} \hat{u}_{in}^5 c_5 + \frac{245}{64} \hat{u}_{in}^7 c_7 + \dots \quad (3.1.5)$$

$$\hat{u}_{out,7IMD} = \sum_{n=3}^{(N-1)/2} \binom{2n+1}{n} \binom{2n+1}{n-3} \frac{\hat{u}_{in}^{2n+1}}{2^{2n}} c_{2n+1} = \frac{35}{64} \hat{u}_{in}^7 c_7 + \frac{1134}{256} \hat{u}_{in}^9 c_9 + \dots \quad (3.1.6)$$

$$\hat{u}_{out,9IMD} = \sum_{n=4}^{(N-1)/2} \binom{2n+1}{n} \binom{2n+1}{n-4} \frac{\hat{u}_{in}^{2n+1}}{2^{2n}} c_{2n+1} = \frac{126}{256} \hat{u}_{in}^9 c_9 + \dots \quad (3.1.7)$$

(mit  $\hat{u}_{out,G}$  als Ausgangsspannung für die Grundwelle und  $\hat{u}_{out,3IMD}$ ,  $\hat{u}_{out,5IMD}$ ,  $\hat{u}_{out,7IMD}$  und  $\hat{u}_{out,9IMD}$  als Ausgangsspannungen für die  $3IMD$ -,  $5IMD$ -,  $7IMD$ -,  $9IMD$ -Produkte). Zur Bestimmung des Parameters  $c_3$  bzw. des Intercept-Points  $IP_3$  werden die Gleichungen 3.1.3 und 3.1.4 betrachtet. Die Spannung des  $3IMD$  für kleine Pegel (alle höheren Terme in Gleichung 3.1.4 sind vernachlässigbar klein und für die Steigung der dritten Ordnung nicht verantwortlich), lautet:

$$u_{out,3IMD} = \left(\frac{3}{4}\right) c_3 \hat{u}_{in}^3$$

und mit  $P = \frac{\hat{U}^2}{2Z_0}$  ( $Z_0$  als Bezugswiderstand,  $Z_0 = 50\Omega$ ) und  $P_{in} = \frac{\hat{U}_{in}^2}{2Z_0}$  wird

$$P_{3IMD} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 c_3^2 (2Z_0)^2 P_{in}^3 \quad (3.1.8)$$



Auf der anderen Seite ist die Nutzleistung bzw. die Grundwelle für den linearen Bereich (alle höheren Terme in Gleichung 3.1.3 sind vernachlässigbar klein und für den linearen Bereich nicht verantwortlich):

$$\hat{u}_{G,out} = (c_1)\hat{u}_{in}$$

oder

$$P_{G,out} = (c_1)^2 P_{in} \quad (3.1.9)$$

Beide Leistungen (Gleichung 3.1.8 und 3.1.9) müssen in Punkt  $IP3$  (Abbildung 3.5) gleich sein, damit ist die Ausgangsleistung in diesem Punkt:

$$P_{IP3} = \frac{c_1^3}{(2Z_0)(\frac{3}{4})c_3} \quad (3.1.10)$$

Die Leistung im Intercept-Point  $P_{IP3}$  lässt sich grafisch aus den gemessenen Funktionen (Abbildungen 3.1 und 3.2) ermitteln.

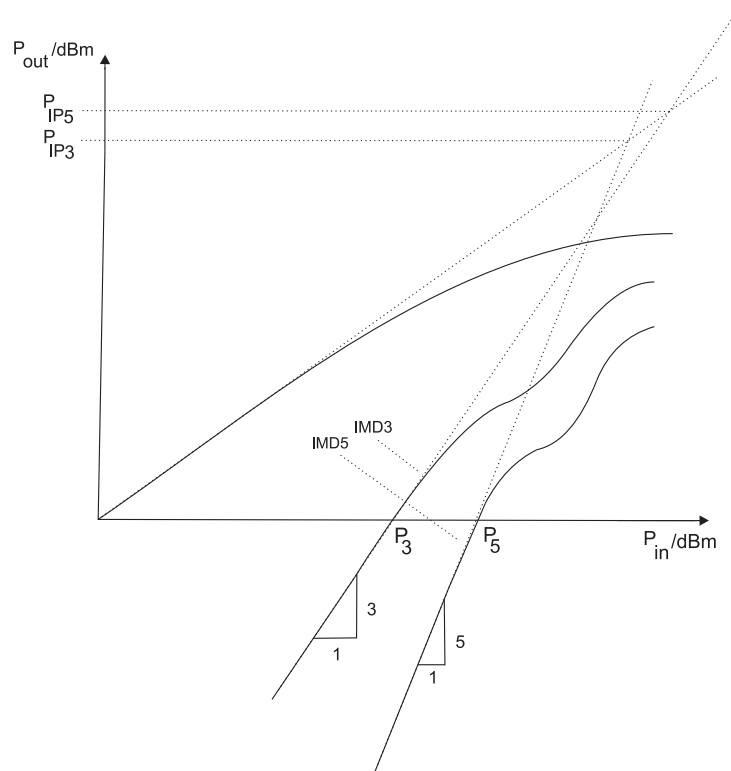


Abbildung 3.5: Klassische Bestimmung der Intercept-Points

Ist die Leistung  $P_{IP3}$  bekannt, kann aus der Gleichung 3.1.10 der Koeffizient  $c_3$  bestimmt werden (der Koeffizient  $c_1$  ist die Verstärkung). Im Allgemein gilt für die n-te Ordnung der Intercept-Points die Beziehung:

$$P_{IPn} = \frac{c_1^{n(\frac{2}{n-1})}}{(2Z_0)(k_n c_n)^{(\frac{2}{n-1})}} \quad (3.1.11)$$

mit

$c_n$  als n-ter Taylor-Koeffizient  
 $k_n$  als Faktoren z. B. :

3/4	für $IP3$
5/8	für $IP5$
35/64	für $IP7$
63/128	für $IP9$
⋮	⋮

Werden aus den Abbildungen 3.1 und 3.2 die verschiedenen Ordnungen der Intercept-Points bestimmt (ähnlich in Abbildung 3.5), können danach die entsprechenden Taylor-Koeffizienten durch die Gleichung 3.1.11 bestimmt werden.

Mit den gefundenen Taylor-Koeffizienten ( $c_1, c_3, c_5$  etc.) für die beiden Leistungsverstärker A und B kann das entsprechende Polynom (Taylor-Reihe) als das mathematisches Modell der nichtlinearen Leistungsübertragung bezeichnet werden.

In der Praxis ist die Messung der höheren Ordnungen der Intermodulationsprodukte mit einem Spektrum-Analysator schwierig und umso ungenauer je niedriger die Pegel sind. Somit ist die Bestimmung der höheren Taylor-Koeffizienten stark fehlerbehaftet. Dies verursacht eine große Einschränkung für die Verwendung dieses Verfahren. Wie man in beiden Abbildungen 3.1 und 3.2 sieht, fehlen Messwerte der Intermodulationsprodukte höherer Ordnung für kleine Pegel. Auch dadurch erweist sich die Bestimmung des Intercept-Points als äußerst ungenau.

Das liegt an zwei Gründen. Erstens am Rauschen und zweitens am Einsatz des Dämpfungsgliedes.

Durch die Überlagerung mit Rauschen sind die Meßwerte der *IMD*-Produkte für Pegel in der Nähe des Rauschbodens ungenau, auf die aber für die Bestimmung des Intercept-Points nicht verzichtet werden kann.

Bei der Messung der Ausgangspegel muss der Eingang des Spektrum-Analysators durch ein Dämpfungsglied vor Überlastung und Zerstörung geschützt werden; dieses darf auch bei der Messung mit kleinen Pegeln vorsichtshalber nicht entfernt werden und reduziert auch die ohnehin kleinen Pegel der *IMD*-Produkte.

Es wurde versucht, mit Schätzungen die Steigung der Kurven für sehr kleine Pegel zu rekonstruieren. Die gefundenen Taylor-Koeffizienten und somit die erzeugten Modelle entsprechen jedoch nicht den Erwartungen. Das bedeutet: die Abweichungen zwischen Modell und Messung sind groß und dieses Verfahren wurde deshalb aufgegeben; im folgenden Abschnitt wird eine erfolgreichere Methode vorgestellt.

Bevor die Diskussion über die Modellierung unseres Verstärkers im nächsten Abschnitt fortgesetzt wird, muss auf ein Problem hingewiesen werden: Entgegen den Aussagen der Theorie (Gl. 3.1.4, 3.1.5 etc.) sind die verschiedenen erzeugten *IMD*-Produkte (*3IMD*, *5IMD* etc.) auf beiden Seiten des Hauptssignals (links und rechts) (Abbildung 3.4) in der Praxis nicht ganz gleich stark.

Für die Analyse dieser Asymmetrie, die die Unterdrückung der Störsignale in der Linearisierungsschaltung beeinflusst, haben die nichtlinearen Einzelverstärker bzw. Einzeltransistoren im Leistungsverstärker eine wichtige Bedeutung.

Jeder Leistungsverstärker besteht aus mehreren aktiven und passiven Bauelementen wie z. B. Widerständen und Energiespeichern  $C$  und  $L$  (Kondensatoren und Induktivitäten), deren Impedanzen frequenzabhängig sind, und Transistoren und so weiter.

Die erzeugten Störssignale (alle neu erzeugten Frequenzen, harmonische, *IMD*-Produkte) des ersten Verstärkers bzw. Transistors eines nichtlinearen Leistungsverstärkers werden durch den nächsten Verstärker bzw. Transistor verstärkt. Das bedeutet: alle Produkte des ersten Transistors werden durch den Übergang zum nächsten Transistor und zum übernächsten Transistor mehrfach konvertiert und dabei werden sowohl Intermodulations- als auch harmonische Produkte höherer Ordnung auch zurück gewandelt in Anteile niedrigerer Ordnung, z. B. die *3IMD*-Produkte. Die vielen beteiligten Produkte höherer Ordnungen erfahren aber in realen Verstärkerschaltungen erhebliche Phasenverschiebungen (gerade bei Bandfilter-Verstärkern) sodass die entstehenden Produkte niedrigerer Ordnung erhebliche Abweichungen in ihrer Phase zeigen können gegenüber den ursprünglichen Intermodulationsprodukten mit denen sie überlagert werden. Mit anderen Worten ist eine gemeinsame *AM/AM* und *AM/PM* Konversion, die nacheinander stattfindet (Mehrfachkonversion), für diese Asymmetrie verantwortlich [(CP02)].

Die Messergebnisse der beiden Leistungsverstärker als Leistungsübertragungsfunktion-Kennlinie sind zur Veranschaulichung der Unterschiede in den Intermodulations-Paaren in Abbildungen 3.6 und 3.7 neu dargestellt. Man erkennt Abweichungen zwischen den *IM*-Produkten einer Ordnung von bis zu 5 dB bei hohen Aussteuerungen.

Diese Asymmetrien müssen im Endergebnis für die Messung und das Modell des *FF*-Power Combiner berücksichtigt werden (Kapitel 4).

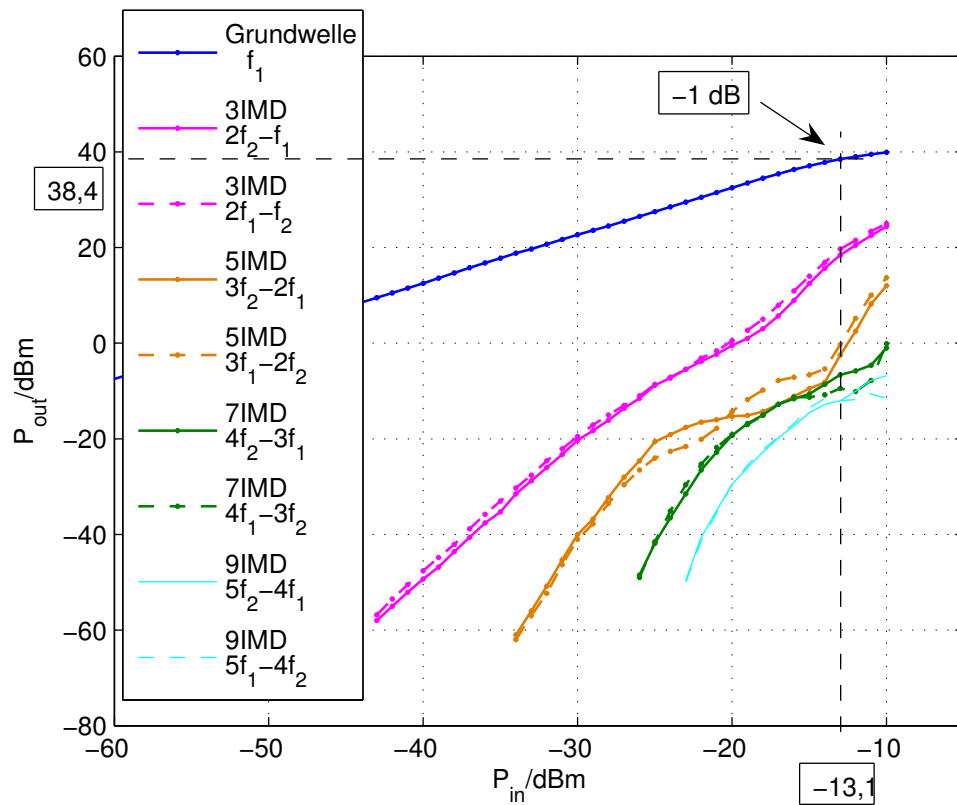


Abbildung 3.6: Messergebnisse des Leistungsverstärkers A mit Darstellung der zwei Produkte jeder Intermodulationsordnung

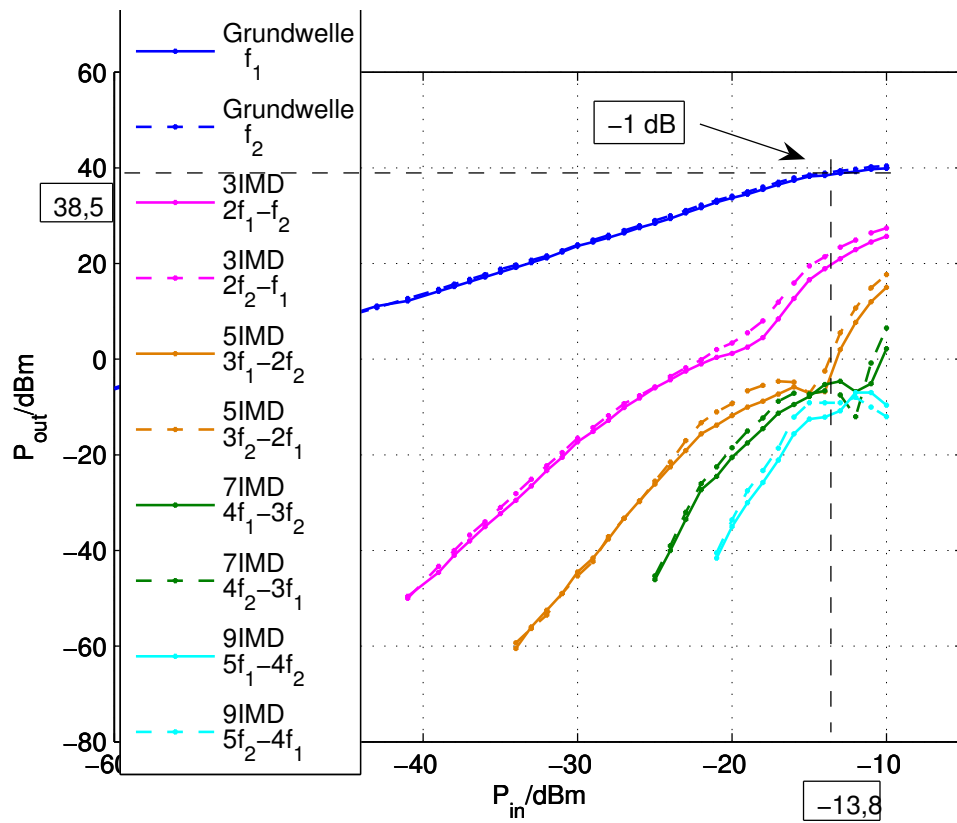


Abbildung 3.7: Messergebnisse des Leistungsverstärkers B mit Darstellung der zwei Produkte jeder Intermodulationsordnung

## 3.2 Optimale Approximation der Leistungsübertragungsfunktion mit Hilfe der Taylor-Reihe

Bei der nächsten Methode wird versucht, die Modellierung der Übertragungsfunktion als mathematisches Approximationsproblem zu formulieren. Das bedeutet: Es wird ein Modell gesucht, dessen Verhalten unserer Messung möglichst nahe kommt. Dabei spielen die Optimierungsverfahren der numerischen Mathematik eine große Rolle, d. h. die Abweichung zwischen dem gewünschten und den tatsächlichen Verhalten der Schaltung (hier Leistungsübertragung) wird mit Hilfe eines Entwurfskriteriums durch eine skalare Funktion der Entwurfparameter beschrieben, so dass die Entwurfsaufgabe mathematisch auf die Minimierung der Abweichung hinausläuft.

Mit anderen Worten: Die Aufgabe der Approximation der mit Messfehlern behafteten Messwerte ist es, die Parameter des Modells so zu bestimmen, d. h. die Funktion den Messwerten so anpassen, dass die Abweichung zwischen dem modellierten und den tatsächlichen Verhalten der Schaltung (Leistungsübertragung) minimal wird.

Die Approximationsfunktion, hier ein Polynom führt zu einem linearen Gleichungssystem mit unbekannten Parametern (Taylor-Koeffizienten), die bei dem nächsten Schritt gefunden werden müssen.

Als Optimierungsverfahren wird die Methode der kleinsten Fehlerquadrate eingesetzt, die versucht, die Abweichungen zwischen beiden Verhalten (gewünschte und tatsächliche) zu minimieren, indem die partiellen Ableitungen der quadratischen Abweichung in Bezug auf die Parameter der Funktion zu Null gesetzt werden.

Eine wichtige Eigenschaft des Optimierungsverfahrens mit der Methode des kleinsten Fehlerquadrat ist die mathematisch gesicherte Fähigkeit der Approximationsfunktion, statisch verteilte Messfehler (Ablesefehler, Rauscheffekte etc.) optimal auszugleichen. Das bedeutet, die Methode des kleinsten Fehlerquadrat liefert die bestmöglichen Ausgleichkurven und die Genauigkeit der aus einer Messung gewonnenen Daten nimmt zu, wenn eine hohe Zahl von Messwerte aufgenommen werden.

Zur Ermittlung der Taylor-Koeffizienten und zur Durchführung des besprochenen Verfahrens wird zuerst das ursprüngliche Gleichungssystem für jedes einzelne Produkt dargestellt; danach werden mit den Messwerten der Verstärker die jeweiligen Gleichungen erstellt und zu einem Gleichungssystem zusammengefasst und dieses gelöst.

Die Gleichung für Grundwelle 3.1.3 kann so formuliert werden:

$$\begin{aligned} \hat{u}_{out,G} = & \hat{u}_{in}c_1 + \frac{9}{4}\hat{u}_{in}^3c_3 + \frac{100}{16}\hat{u}_{in}^5c_5 + \dots \\ & + \binom{2n+1}{n}^2 \frac{\hat{u}_{in}^{2n+1}}{2^{2n}}c_{2n+1} + \dots + \binom{N}{(N-1)/2}^2 \frac{\hat{u}_{in}^N}{2^{N-1}}c_N \end{aligned} \quad (3.2.1)$$

Man erhält damit für  $M_1$ -Messwerte aus Paaren von  $\hat{u}_{in}$  und  $\hat{u}_{out,G}$  jeweils eine Gleichung, die dann zu einem linearen Gleichungssystem führt.

$$\begin{pmatrix} \hat{u}_{out,G,1} \\ \hat{u}_{out,G,2} \\ \hat{u}_{out,G,3} \\ \vdots \\ \hat{u}_{out,G,M_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{u}_{in,1} & \frac{9}{4}\hat{u}_{in,1}^3 & \frac{100}{16}\hat{u}_{in,1}^5 & \dots & \binom{N}{(N-1)/2}^2 \frac{\hat{u}_{in,1}^N}{2^{N-1}} \\ \hat{u}_{in,2} & \frac{9}{4}\hat{u}_{in,2}^3 & \frac{100}{16}\hat{u}_{in,2}^5 & \dots & \binom{N}{(N-1)/2}^2 \frac{\hat{u}_{in,2}^N}{2^{N-1}} \\ \hat{u}_{in,3} & \frac{9}{4}\hat{u}_{in,3}^3 & \frac{100}{16}\hat{u}_{in,3}^5 & \dots & \binom{N}{(N-1)/2}^2 \frac{\hat{u}_{in,3}^N}{2^{N-1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{u}_{in,M_1} & \frac{9}{4}\hat{u}_{in,M_1}^3 & \frac{100}{16}\hat{u}_{in,M_1}^5 & \dots & \binom{N}{(N-1)/2}^2 \frac{\hat{u}_{in,M_1}^N}{2^{N-1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_3 \\ c_5 \\ \vdots \\ c_N \end{pmatrix} \quad (3.2.2)$$

Die Gleichungen für das 3IMD- und das 5IMD-Produkt (Gleichung 3.1.4 und 3.1.5) kann auch so formuliert werden:

$$\begin{aligned} \hat{u}_{out,3IMD} = & \frac{3}{4}\hat{u}_{in}^3c_3 + \frac{50}{16}\hat{u}_{in}^5c_5 + \frac{735}{64}\hat{u}_{in}^7c_7 + \dots + \binom{2n+1}{n} \binom{2n+1}{n-1} \frac{\hat{u}_{in}^{2n+1}}{2^{2n}}c_{2n+1} \\ & + \dots + \binom{N}{(N-1)/2} \binom{N}{(N-3)/2} \frac{\hat{u}_{in}^N}{2^{N-1}}c_N \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

$$\begin{aligned} \hat{u}_{out,5IMD} = & \frac{10}{16}\hat{u}_{in}^5c_5 + \frac{245}{64}\hat{u}_{in}^7c_7 + \dots + \binom{2n+1}{n} \binom{2n+1}{n-2} \frac{\hat{u}_{in}^{2n+1}}{2^{2n}}c_{2n+1} \\ & + \dots + \binom{N}{(N-1)/2} \binom{N}{(N-5)/2} \frac{\hat{u}_{in}^N}{2^{N-1}}c_N \end{aligned} \quad (3.2.4)$$

Analog zur Grundwelle, können wir die Gleichungen zu den gemessenen *3IMD*- und *5IMD*-Produkten aufstellen. So gilt für  $M_2$  und  $M_3$  Messwerte das folgende Gleichungssystem:

$$\begin{pmatrix} \hat{u}_{out,3IMD,1} \\ \hat{u}_{out,3IMD,2} \\ \hat{u}_{out,3IMD,3} \\ \vdots \\ \hat{u}_{out,3IMD,M_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{3}{4}\hat{u}_{in,1}^3 & \frac{50}{16}\hat{u}_{in,1}^5 & \cdots & \binom{N}{(N-1)/2} \binom{N}{(N-3)/2} \frac{\hat{u}_{in,1}^N}{2^{N-1}} \\ \frac{3}{4}\hat{u}_{in,2}^3 & \frac{50}{16}\hat{u}_{in,2}^5 & \cdots & \binom{N}{(N-1)/2} \binom{N}{(N-3)/2} \frac{\hat{u}_{in,2}^N}{2^{N-1}} \\ \frac{3}{4}\hat{u}_{in,3}^3 & \frac{50}{16}\hat{u}_{in,3}^5 & \cdots & \binom{N}{(N-1)/2} \binom{N}{(N-3)/2} \frac{\hat{u}_{in,3}^N}{2^{N-1}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{3}{4}\hat{u}_{in,M_2}^3 & \frac{50}{16}\hat{u}_{in,M_2}^5 & \cdots & \binom{N}{(N-1)/2} \binom{N}{(N-3)/2} \frac{\hat{u}_{in,M_2}^N}{2^{N-1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_3 \\ c_5 \\ \vdots \\ c_N \end{pmatrix} \quad (3.2.5)$$

$$\begin{pmatrix} \hat{u}_{out,5IMD,1} \\ \hat{u}_{out,5IMD,2} \\ \hat{u}_{out,5IMD,3} \\ \vdots \\ \hat{u}_{out,5IMD,M_3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{10}{16}\hat{u}_{in,1}^5 & \frac{245}{64}\hat{u}_{in,1}^7 & \cdots & \binom{N}{(N-1)/2} \binom{N}{(N-5)/2} \frac{\hat{u}_{in,1}^N}{2^{N-1}} \\ \frac{10}{16}\hat{u}_{in,2}^5 & \frac{245}{64}\hat{u}_{in,2}^7 & \cdots & \binom{N}{(N-1)/2} \binom{N}{(N-5)/2} \frac{\hat{u}_{in,2}^N}{2^{N-1}} \\ \frac{10}{16}\hat{u}_{in,3}^5 & \frac{245}{64}\hat{u}_{in,3}^7 & \cdots & \binom{N}{(N-1)/2} \binom{N}{(N-5)/2} \frac{\hat{u}_{in,3}^N}{2^{N-1}} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \frac{10}{16}\hat{u}_{in,M_3}^5 & \frac{245}{64}\hat{u}_{in,M_3}^7 & \cdots & \binom{N}{(N-1)/2} \binom{N}{(N-5)/2} \frac{\hat{u}_{in,M_3}^N}{2^{N-1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_5 \\ c_7 \\ \vdots \\ c_N \end{pmatrix} \quad (3.2.6)$$

Entsprechend kann man auch für das *7IMD*-, *9IMD*-Produkt,  $\dots$  (Gleichung 3.1.6, 3.1.7) mit  $M_4$ ,  $M_5$ ,  $\dots$  Messwerten ähnliche Gleichungssysteme aufstellen.

Da jeder Taylor-Koeffizient in allen Gleichungssystemen gelten muss bzw. da alle Gleichungssysteme gleichzeitig gelöst werden müssen, lassen sich die einzelnen Gleichungssysteme wiederum zu einem großen Gleichungssystem zusammenfassen.

Auf diese Weise erhält man, abhängig von der Anzahl der aufgenommenen Messwerte  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$ ,  $\dots$  und der gewählten Ordnung der Taylor-Reihe  $N$ , ein stark überbestimmtes lineares Gleichungssystem.

Die Gleichung 3.2.7 zeigt ein Beispiel für ein solches Gleichungssystem mit  $N = 13$ , unter Verwendung der Messwerte für die Grundwelle sowie für die *3IMD*-, *5IMD*-, *7IMD*- und *9IMD*-Produkte.



$$\begin{pmatrix} \hat{u}_{out,G,1} \\ \hat{u}_{out,G,2} \\ \vdots \\ \hat{u}_{out,G,M_1} \\ \hat{u}_{out,3IMD,1} \\ \hat{u}_{out,3IMD,2} \\ \vdots \\ \hat{u}_{out,3IMD,M_2} \\ \hat{u}_{out,5IMD,1} \\ \hat{u}_{out,5IMD,2} \\ \vdots \\ \hat{u}_{out,5IMD,M_3} \\ \hat{u}_{out,7IMD,1} \\ \hat{u}_{out,7IMD,2} \\ \vdots \\ \hat{u}_{out,7IMD,M_4} \\ \hat{u}_{out,9IMD,1} \\ \hat{u}_{out,9IMD,2} \\ \vdots \\ \hat{u}_{out,9IMD,M_5} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{u}_{in,1} & \frac{9}{4}\hat{u}_{in,1}^3 & \frac{100}{16}\hat{u}_{in,1}^5 & \cdots & \frac{184041}{256}\hat{u}_{in,1}^{13} \\ \hat{u}_{in,2} & \frac{9}{4}\hat{u}_{in,2}^3 & \frac{100}{16}\hat{u}_{in,2}^5 & \cdots & \frac{184041}{256}\hat{u}_{in,2}^{13} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{u}_{in,M_1} & \frac{9}{4}\hat{u}_{in,M_1}^3 & \frac{100}{16}\hat{u}_{in,M_1}^5 & \cdots & \frac{184041}{256}\hat{u}_{in,M_1}^{13} \\ 0 & \frac{3}{4}\hat{u}_{in,1}^3 & \frac{50}{16}\hat{u}_{in,1}^5 & \cdots & \frac{552123}{1024}\hat{u}_{in,1}^{13} \\ 0 & \frac{3}{4}\hat{u}_{in,2}^3 & \frac{50}{16}\hat{u}_{in,2}^5 & \cdots & \frac{552123}{1024}\hat{u}_{in,2}^{13} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \frac{3}{4}\hat{u}_{in,M_2}^3 & \frac{50}{16}\hat{u}_{in,M_2}^5 & \cdots & \frac{552123}{1024}\hat{u}_{in,M_2}^{13} \\ 0 & 0 & \frac{10}{16}\hat{u}_{in,1}^5 & \cdots & \frac{306735}{1024}\hat{u}_{in,1}^{13} \\ 0 & 0 & \frac{10}{16}\hat{u}_{in,2}^5 & \cdots & \frac{306735}{1024}\hat{u}_{in,2}^{13} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \frac{10}{16}\hat{u}_{in,M_3}^5 & \cdots & \frac{306735}{1024}\hat{u}_{in,M_3}^{13} \\ \cdots & 0 & \frac{35}{64}\hat{u}_{in,1}^7 & \cdots & \frac{61347}{512}\hat{u}_{in,1}^{13} \\ \cdots & 0 & \frac{35}{64}\hat{u}_{in,2}^7 & \cdots & \frac{61347}{512}\hat{u}_{in,2}^{13} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdots & 0 & \frac{35}{64}\hat{u}_{in,M_4}^7 & \cdots & \frac{61347}{512}\hat{u}_{in,M_4}^{13} \\ \cdots & 0 & \frac{126}{256}\hat{u}_{in,1}^9 & \frac{2541}{512}\hat{u}_{in,1}^{11} & \frac{16731}{8}\hat{u}_{in,1}^{13} \\ \cdots & 0 & \frac{126}{256}\hat{u}_{in,2}^9 & \frac{2541}{512}\hat{u}_{in,2}^{11} & \frac{16731}{8}\hat{u}_{in,2}^{13} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdots & 0 & \frac{126}{256}\hat{u}_{in,M_5}^9 & \frac{2541}{512}\hat{u}_{in,M_5}^{11} & \frac{16731}{8}\hat{u}_{in,M_5}^{13} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ c_3 \\ c_5 \\ c_7 \\ c_9 \\ c_{11} \\ c_{13} \end{pmatrix}$$

(3.2.7)

### 3.2.1 Optimierungsverfahren und Bestimmung der Taylor-Koeffizienten

In der Methode des kleinsten Fehlerquadrat für die Optimierung des vorgestellten Modells benutzen wir die Messwerte um eine möglichst genaue, passende, parameterabhängige Modell-Beschreibung der verschiedenen Produkte als Funktion der Eingangsgröße zu erzeugen. Dazu bestimmt man die Parameter dieser Funktionen numerisch, indem die Quadratsumme der Abweichungen der Ausgangsgrößen des gesuchten Modells von den Messwerten minimiert wird.

Die Formelschreibweise dieser Methode lautet:

$$e = \sum_{i=1}^n g_i (y_m(c) - y_i)^2 \quad (3.2.8)$$

mit

$e$  (Fehler-Funktion) als Summe aller gewichteten, quadrierten Abweichungen zwischen Meß- und Modell- Werten

$y_i$  als gemessene Ausgangsgröße

$y_m$  als Ausgangsgröße des Modells

$g_i$  als Gewicht-Funktion

$n$  als Anzahl der Messwerte (Punkte auf den Funktionsdiagrammen)

$c$  als Modell-Parameter, die gefunden werden müssen

Ein wichtiges Ergebnis unserer Untersuchung ist, dass die Fehler-Funktion  $e$  hauptsächlich von den Fehlern bei großen Ausgangswerten abhängig ist, wenn feste Gewichtungsfaktoren benutzt werden, da derselbe prozentuale Fehler bei einem großen Signalpegel zu höherem Wert der Fehlerfunktion führt als bei einem kleinen Signalpegel. Das bedeutet, die Fehler-Funktion  $e$  wird für große Ausgangswerte relativ klein und für kleine Ausgangswerte relativ groß. Da die Darstellung der Leistungsübertragung der verschiedenen Produkte im logarithmischen Maßstab ist, sieht man eine große Abweichung für kleine Pegel deutlich obwohl diese Abweichung absolut genommen nicht groß ist.

Aus diesem Grund wird die Gewichtsfunktion  $g_i = \frac{1}{y_i^d}$  gewählt (mit  $d$  als frei wählbare ganze Zahl), die vom Pegel der gemessenen Ausgangsgröße ( $y_i$ ) abhängig ist so dass die Abweichungen bei kleinen Pegeln stärker gewichtet wird als die bei großen Pegeln, womit eine bessere Approximation über einen großen Pegelbereich ermöglicht wird.

Äquivalent geht es darum, die euklidische Norm (2-Norm) des Differenzvektors zu minimieren:

$$\min(g_i \| \hat{y}_m(\hat{c}) - \hat{y} \|_2). \quad (3.2.9)$$

Wie dieses Minimierungsproblem konkret gelöst wird, hängt von der Art der Modellfunktion ab. Ein Spezialfall der Modellfunktion ist die lineare Form, bei der die Parameter  $c$  (Taylor-Koeffizienten) linear eingehen.

So erhält man in Matrixschreibweise:

$$\min \left( g_i \left\| \begin{pmatrix} y_{1,1} & y_{1,2} & \cdots & y_{1,7} \\ y_{2,1} & y_{2,2} & \cdots & y_{2,7} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{M,1} & y_{M,2} & \cdots & y_{M,7} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 \\ \vdots \\ c_{13} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_M \end{pmatrix} \right\|_2 \right) = \min (g_i \|Ac - b\|_2)$$

( $A$  ist die Haupt-Matrix in der Gleichung 3.2.7 und  $b$  ist der entsprechende Vektor der gemessenen Ausgangsgrößen).

Zur Bestimmung der Parameter bzw. zur Minimierung der Abweichung  $e$  müssen die partiellen Ableitungen der quadratischen Abweichung  $e$  bezüglich der freien Parametern verschwinden, d. h.:

$$\begin{aligned} \frac{\partial e}{\partial c_1} &= 0; \\ \frac{\partial e}{\partial c_3} &= 0; \\ &\vdots \\ \frac{\partial e}{\partial c_{13}} &= 0; \end{aligned} \tag{3.2.10}$$

Für das große Gleichungssystem (Gleichungssystem 3.2.7) sollen alle Ausgangsprodukte (Grundwelle und  $IM$ -Produkte) berücksichtigt werden, da sie zusammen approximiert werden müssen. Aus diesem Grund bildet man die sog. "Cost Function" als Fehler-Funktion, die als Summe aller einzelnen Fehler-Funktionen definiert wird.

Die "Cost Function" lautet für 5 Ausgangsprodukte:

$$\begin{aligned} e_{sum} &= \sum_{i=1}^{M_1} g_{1i} (y_{1m}(c) - y_{1i})^2 + \sum_{i=1}^{M_2} g_{2i} (y_{2m}(c) - y_{2i})^2 + \sum_{i=1}^{M_3} g_{3i} (y_{3m}(c) - y_{3i})^2 \\ &+ \sum_{i=1}^{M_4} g_{4i} (y_{4m}(c) - y_{4i})^2 + \sum_{i=1}^{M_5} g_{5i} (y_{5m}(c) - y_{5i})^2 \end{aligned}$$

oder

$$e_{sum} = e_1 + e_2 + e_3 + e_4 + e_5 \quad (3.2.11)$$

Zusätzlich zu den Gewichtsfunktionen  $g_{1i}$ ,  $g_{2i}$  etc. wird für jedes Ausgangsprodukt ein eigenes Gewicht (Gewichtsfaktor)  $G_1$ ,  $G_2$  etc. eingesetzt, um je nach Interesse bzw. Bedarf die Optimierung auf das eine oder andere Ausgangsprodukt hin zu orientieren.

Die Gleichung 3.2.11 kann dann in einer neuer Form geschrieben werden:

$$e'_{sum} = G_1 \cdot e_1 + G_2 \cdot e_2 + G_3 \cdot e_3 + G_4 \cdot e_4 + G_5 \cdot e_5 \quad (3.2.12)$$

Es zeigt sich, dass es nicht möglich ist, alle Koeffizienten bzw. Parameter der Modellfunktion mit dem gleichen niedrigsten Fehler zu bestimmen, speziell die höheren Intermodulations-Ordnungen können immer schlechter modelliert werden.

Aus diesem Grund wurde in der Cost Function (Gleichung 3.2.11) die verschiedenen Gewichtsfunktionen so ausgewählt, dass die entscheidenden Produkte Grundwelle und *3IMD* besser angenähert bzw. modelliert werden als höhere Produkte.

Hier soll extra betont werden, dass wir eigentlich für die Modellierung des nichtlinearen Verstärkers hauptsächlich das Verhalten der Grundwelle (Nutzsignal) und des *3IMD*-Produkts betrachten müssen, was aber voraussetzt, dass auch die höheren Taylor- Koeffizienten, z. B.  $c_5$  bis  $c_{13}$  mit akzeptablen Fehlern bestimmt sind. Die Messung der *IM*-Produkte der höheren Ordnung dient dabei zur genaueren Bestimmung der Koeffizienten höherer Ordnung als durch alleinige Messung der Grundwelle und des *3IMD*-Produkts zu erreichen wäre.

Beim Vergleich von Messung und Simulation der höheren Intermodulationsprodukte (*5IMD* -, *7IMD* - und *9IMD* -Produkte) zeigt sich eine Verschiebung der Kurven, was bedeutet, dass die berechneten Parameter  $c_5$ ,  $c_7$  und  $c_9$  offenbar die Messwerte nicht vollkommen richtig wiedergeben; dabei wird die gemessene Steigung der *5IMD*-, *7IMD*- und *9IMD*-Produkte bei kleinen Eingangspegeln von 5, 7 und 9 entsprechend Gleichungen 3.1.3 bis 3.1.7 in der Simulation durchaus richtig wiedergegeben.

Zur numerischen Lösung des Optimierungsproblems wurde ein Programm in Matlab geschrieben, das die Funktion **"minsearch"** zum Auffinden des Minimums der Cost Function  $e'_{sum}$  verwendet. Das Gleichungssystem wurde für die ersten fünf Ausgangsprodukte mit  $M = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5$  Messwerten und für sieben ungerade Taylor-Koeffizienten  $c_1, c_3, \dots, c_{13}$  ausgelegt.

Dabei ist die Anzahl der Messwerte  $M_1, M_2, M_3$ , etc. nicht gleich sondern wird je nach verfügbarer Zahl von Meßpunkten (Länge der Kurve) ausgewählt.

Die Funktion **”minsearch”** verlangt zuerst einen Anfangswert für jeden Parameter und minimiert dann die Funktion  $e'_{sum}$ , indem es neue Werte für die Parameter und ein Minimumwert für  $e'_{sum}$  herausgibt. Für bessere Ergebnisse werden im nächsten Schritt die vorherigen Ergebnisse der Parameter als neue Anfangswerte ausgewählt. Man erhält wieder neue Werte für die Parameter und einen neuen kleineren Minimumwert für  $e'_{sum}$ . Man wiederholt den Prozess solange bis  $e'_{sum}$  nicht mehr kleiner wird bzw. die Parameter kaum noch geändert werden.

Anzumerken ist, dass der numerische Wert von  $e_{sum}$  nicht so bedeutsam ist, da er von der Größe der Gewichtsfunktionen abhängig ist. In den folgenden Abbildungen 3.8 und 3.9 sind die aus den erstellten Modellen erhaltenen Berechnungswerte den Messergebnissen gegenübergestellt.

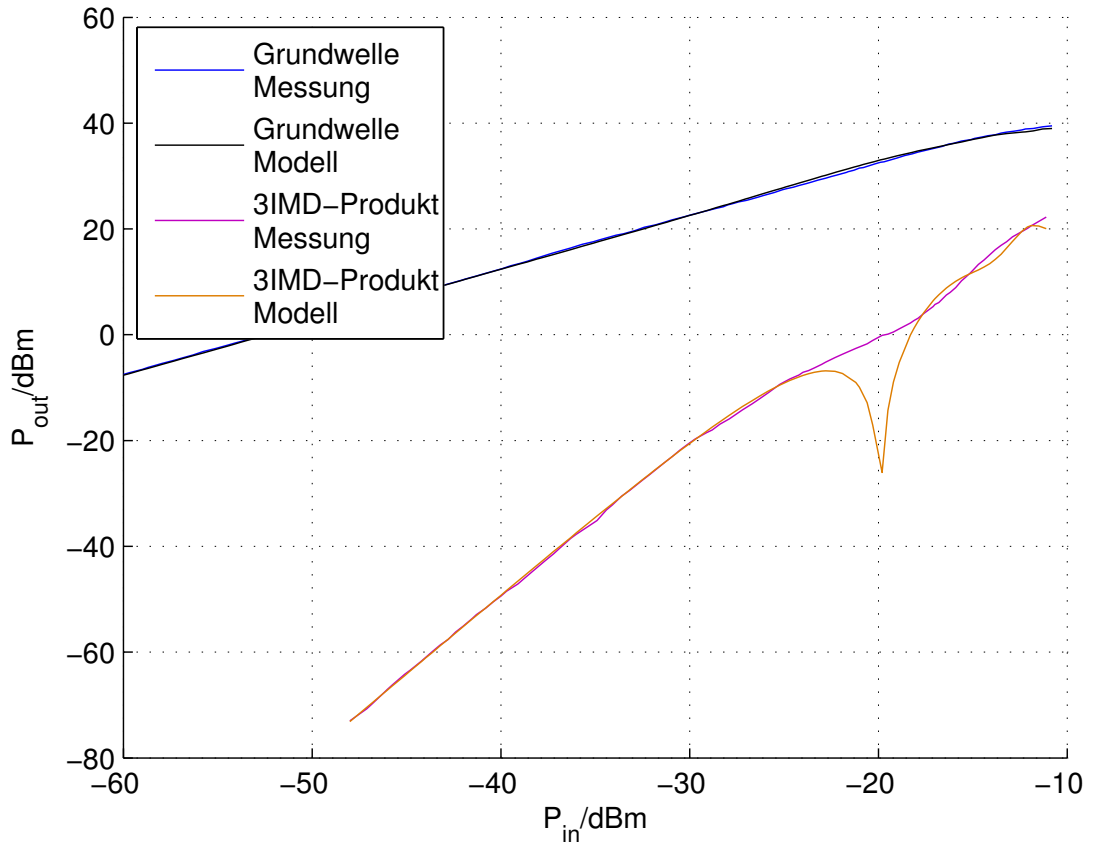


Abbildung 3.8: Messung- und Modell-Vergleich des Leistungsverstärkers A

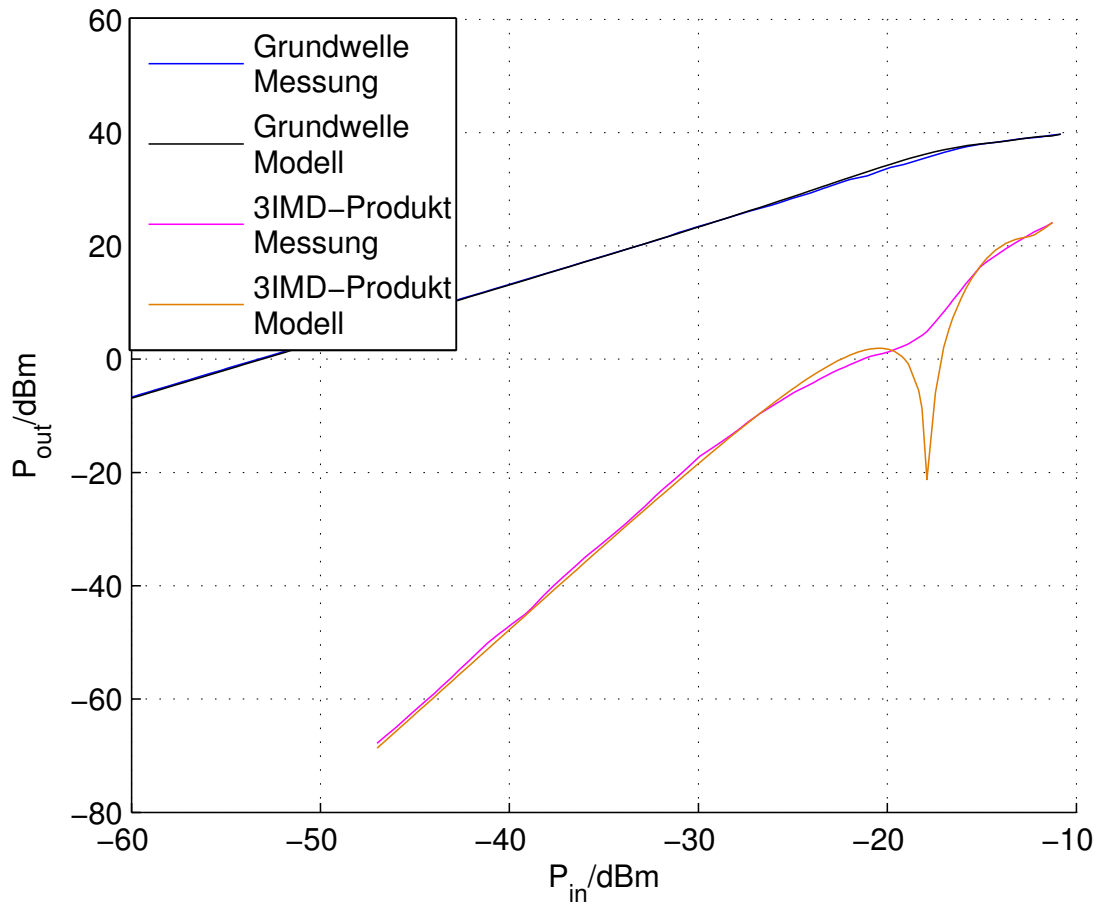


Abbildung 3.9: Messung- und Modell-Vergleich des Leistungsverstärkers B

Die gefundenen Parameter für jeden Leistungsverstärker sind:

Leistungsverstärker A:

$$\begin{aligned} c_1 &= 2,892238 \cdot 10^2 [-]; \\ c_3 &= 1,510567 \cdot 10^4 \left[ \frac{1}{V^2} \right]; \\ c_5 &= -1,738329 \cdot 10^6 \left[ \frac{1}{V^4} \right]; \\ c_7 &= 6,332215 \cdot 10^7 \left[ \frac{1}{V^6} \right]; \\ c_9 &= -9,628354 \cdot 10^8 \left[ \frac{1}{V^8} \right]; \\ c_{11} &= 4,901714 \cdot 10^9 \left[ \frac{1}{V^{10}} \right]; \\ c_{13} &= 4,215722 \cdot 10^{10} \left[ \frac{1}{V^{12}} \right]; \end{aligned}$$

Leistungsverstärker B:

$$\begin{aligned} c_1 &= 3,240593 \cdot 10^2 [-]; \\ c_3 &= 1,214141 \cdot 10^4 \left[ \frac{1}{V^2} \right]; \\ c_5 &= -1,744715 \cdot 10^6 \left[ \frac{1}{V^4} \right]; \\ c_7 &= 8,268960 \cdot 10^7 \left[ \frac{1}{V^6} \right]; \\ c_9 &= -1,941470 \cdot 10^9 \left[ \frac{1}{V^8} \right]; \\ c_{11} &= 2,226602 \cdot 10^{10} \left[ \frac{1}{V^{10}} \right]; \\ c_{13} &= -9,862657 \cdot 10^{10} \left[ \frac{1}{V^{12}} \right]; \end{aligned}$$

Bezüglich des gleichen Vorzeichens von  $c_1$  und  $c_3$  und ebenso von ungleichen Vorzeichen der berechneten Taylor-Koeffizienten und zum besseren Verständnis von Gewichtsfaktoren sind grafische Darstellungen und zugehörige Erklärungen im Anhang A.3 zu finden.

Die Genauigkeit des Modells hängt stark von dem betrachteten Eingangspegelbereich ab; je größer die Pegel in den Kompressionsbereich reichen, desto ungenauer wird auch das Modell (hier wurde bis zum ca. 2 dB über den 1-dB Kompressionsspunkt ausgewählt).

Eine Verbesserung der Genauigkeit lässt sich prinzipiell durch eine Vergrößerung der Ordnung  $N$  (Taylor-Potenz) erzielen. Es hat sich allerdings herausgestellt, dass man für Werte  $N > 13$  kaum noch eine Verbesserung erhält.

Bei der Betrachtung der Abbildung 3.8 und 3.9 fällt auf, dass es sehr starke Abweichungen zu den Messwerte im Bereiche von  $-23 \text{ dBm} \leq P_{in} \leq -16 \text{ dBm}$  gibt.

Ein Grund könnte sein, dass die Taylor-Koeffizienten vom Aussteuergrad der Verstärker abhängen - dies würde bei einer Verschiebung des Arbeitspunktes passieren, etwa durch einen „Gleichrichteffekt“. Bei starken Arbeitspunktverschiebungen wurden sehr starke Änderungen der Taylor-Koeffizienten höherer Ordnung beobachtet, bis zu Vorzeichenumkehrungen [(Fre06)], [(Fre07)], [(Hen06)].

Auch ohne eine Arbeitspunktverschiebung anzunehmen kann der Grund in den Vorzeichen bzw. Phasen der Koeffizienten gesucht werden. Wenn die Taylor- Koeffizienten eine beliebige Phasen-Änderung annehmen könnten, könnte der Einbruch der Messwerte für das  $3IMD$ -Produkt im Bereich zwischen  $-23 \text{ dBm}$  und  $-16 \text{ dBm}$  in beiden Abbildungen 3.8 und 3.9 vermieden werden:

Da die Taylor-Reihe ein reelle Zeitbereichfunktion ist, können die Taylor-Koeffizienten nur eine von beiden Phasen  $0^\circ$  oder  $180^\circ$  haben. Die Phase dazwischen ist nicht erlaubt bzw. sie ist nicht definiert. Die reelle Taylor-Reihe beschreibt eine reine Amplitude-Amplitude ( $AM/AM$ )-Konversion aber keine Amplituden-Phasen ( $AM/PM$ )-Konversion. Da die Taylor-Koeffizienten rein reell sind, ergibt sich keine Phasen-Drehung für Signale am Ausgang.

Der steile Einbruch des  $3IMD$ -Produkt zwischen den Eingangspegeln  $-23 \text{ dBm}$  und  $-16 \text{ dBm}$  kann dadurch erklärt werden, dass die Beiträge zu diesem Produkt aus dem Term des Koeffizienten  $c_3$  und des Koeffizienten  $c_5$  umgekehrte Vorzeichen besitzen (siehe die Tabelle oben). Bei etwa  $-20 \text{ dBm}$  Eingangspegel sind beide Terme etwa gleich groß aber mit umgekehrtem Vorzeichen:

$$\left(\frac{3}{4}\right)c_3\hat{u}_{in}^3 \approx -\left(\frac{50}{16}\right)c_5\hat{u}_{in}^5$$

Damit wird auch erkennbar, dass unterhalb dieses Eingangspegels das  $3IMD$ -Produkt von dem Koeffizienten  $c_3$  dominiert wird (die rechte Seite ist dann kleiner als die linke) und oberhalb der Term mit der fünften Potenz der Eingangsspannung dominiert, da die fünfte Potenz steiler steigt als die dritte - also wird auch die Steigung des  $3IMD$ -Produkts in der logarithmischen Darstellung größer als 3 bevor die Sättigung den Verlauf wieder abflacht. Wenn der Eingangspegel größer wird, taucht das selbe Problem auch für die höheren Koeffizienten auf. Für größere Pegel dominieren aber die höheren Anteile  $u_{in}^7$  bis  $u_{in}^{13}$ . Das bedeutet, dass die höheren Ordnungen das Verhalten der entsprechenden Bereiche bestimmen. Ihre Koeffizienten mit wechselnden Vorzeichen kompensieren einander im Bereich -15 dBm bis -12 dBm wo die Reihe den Sättigungsverlauf nachbildet. Aus dem obigen Resultat kann gefolgert werden, dass die reelle Taylor-Reihe in der benutzten Form für die genaue Beschreibung der Nichtlinearität unserer Leistungsverstärker nicht geeignet ist. Die genannten Gründe der Phasen-Umkehr führten zur der Idee, dass bei einer Reihenentwicklung mit flexibler Phase (komplexe Parameter) solche Problem gelöst werden könnten und dass solch ein Modell besser die Messwerte annähern könnte. Während die  $(AM/AM)$ -Konversion bisher durch die gemessene Leistungsübertragungsfunktion dargestellt werden konnte, fehlt allerdings bisher noch die Messung der Phasen der Ausgangssignale als Funktion der Eingangsgrößen. Die Modellierung der Übertragungsfunktion der Leistungsverstärker auf der Basis komplexer Parameter (d. h. Berücksichtigung der Phasen-Änderung) ist auch eine Konsequenz der Erfahrung, dass ein realer Verstärker bzw. Leistungsverstärker sowohl eine  $AM/AM$  als auch eine  $AM/PM$  Konversion zeigt. Eine Reihe, die komplexe Parameter hat, ist die Volterra Reihe, die für die Modellierung der Leistungsverstärker untersucht werden soll. In nächstem Abschnitt wird über ihre Fähigkeiten und Eigenschaften gesprochen und die mathematischen Beziehungen, die uns einfacher zum Ziel bringen können, werden dargestellt.



### 3.3 Modellbildung mit der Volterra-Reihe

Nach der Suche einer geeigneten Reihenentwicklung zum Aufbau unseres Modells, ist die Volterra-Reihe diejenige, die mehr Flexibilität als die Taylor-Reihe zur Darstellung der nichtlinearen Systeme verspricht.

Der Mathematiker Norbert Wiener hat zum ersten Mal diese Reihe für die Analyse von nichtlinearen Schaltungen Anfang 1940 am *M.I.T* verwendet [(BR71)]. Er hat die Theorie weiter entwickelt und er hat sie für andere Probleme angewandt, nämlich beim Spektrum der Frequenz-Modulation (*FM*) mit Gaußschem Rauschen am Eingang. Seitdem spielt diese Reihe für die Analyse der nichtlinearen Effekte in komplizierten Systemen eine große Rolle [(LS91)], [(Cho01)], [(Che94)], [(VR03)].

Wie aus der Nachrichtentheorie bekannt ist, kann ein lineares System mit Gedächtnis durch eine Faltung im Zeitbereich beschrieben werden, indem das Ausgangssignal nicht nur abhängig vom Eingangssignal in gegenwärtiger Zeit ist, sondern auch von der vorherigen Zeit (mit Berücksichtigung der Kausalität):

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(\tau) \cdot x(t - \tau) d\tau \quad (3.3.1)$$

mit

$x(t)$  als Eingangssignal  
 $y(t)$  als Ausgangssignal  
 $h(t)$  als Impulsantwort des Systems

d. h. ein lineares System mit Gedächtnis z. B. Schaltung nur mit Kapazitäten oder Induktivitäten wird durch Impulsantwort  $h(\tau)$  bzw. nur durch die erste Ordnung der Impulsantwort  $h_1(\tau_1)$  beschrieben.

Für ein nichtlineares System mit Gedächtnis müssen aber die höheren Ordnungen der Impulsantwort auch berücksichtigt werden.

Im Prinzip werden die höheren Impulsantworten wie bei der ersten Ordnung erzeugt, z. B. erhält man die zweite Ordnung der Impulsantwort  $h_2(\tau_1, \tau_2)$  durch die Antwort von zwei Impulsen, die in der Zeit  $\tau_1$  und  $\tau_2$  in das System gespeist werden. Die dritte Ordnung der Impulsantwort  $h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)$  ist eine Antwort von drei Impulsen, die zur Zeit  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  und  $\tau_3$  in das System eingespeist werden und so weiter [(YSL99)], [(Rah99)].

Äquivalent zu der Impulsantwort im Zeitbereich können die Transformationsfunktionen im Frequenz-Bereich berechnet werden. Zur Identifizierung n-dimensionaler Übertragungsfunktionen  $H_2(f_1, f_2)$ ,  $H_3(f_1, f_2, f_3)$  etc. werden 2 oder 3 usw. gleichzeitige Signale mit entsprechenden Frequenzen  $f_1, f_2, f_3, \text{etc.}$  in das System eingespeist[(Aik07)].

Die Summe aller Impulsantworten kann in eine Reihe, die sog. Volterra-Reihe zusammengefasst werden, d. h. ein nichtlineares System kann durch die folgende Reihe beschrieben werden [(?)]:

$$\begin{aligned}
 y(t) &= \int_{\tau_1=0}^{\infty} h_1(\tau_1)x(t-\tau_1)d\tau_1 \\
 &+ \int_{\tau_2=0}^{\infty} \int_{\tau_1=0}^{\infty} h_2(\tau_1, \tau_2)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)d\tau_1d\tau_2 \\
 &+ \int_{\tau_3=0}^{\infty} \int_{\tau_2=0}^{\infty} \int_{\tau_1=0}^{\infty} h_3(\tau_1, \tau_2, \tau_3)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)x(t-\tau_3)d\tau_1d\tau_2d\tau_3 + \dots \\
 &+ \int_{\tau_n=0}^{\infty} \dots \int_{\tau_2=0}^{\infty} \int_{\tau_1=0}^{\infty} h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)\dots x(t-\tau_n)d\tau_1d\tau_2\dots d\tau_n \\
 &= \sum_{k=1}^{\infty} \int_0^{\infty} d\tau_1 \dots \int_0^{\infty} d\tau_n h_n(\tau_1, \dots, \tau_n) \prod_{r=1}^N x(t-\tau_r) \\
 &= F[x(t)] = F_1[x(t)] + F_2[x(t)] + \dots + F_N[x(t)]
 \end{aligned} \tag{3.3.2}$$

(mit  $F$  als Operator - Faltungoperator)

Je nach der Größe der Nichtlinearität von Systemen, wird die Anzahl der Terme in der Gleichung 3.3.2 begrenzt. Wie man sieht, entspricht der erste Term (erste Ordnung der Impulsantwort) der Charakterisierung für ein lineares System mit Gedächtnis (Hier wurde der Gleichstrom-Anteil vernachlässigt).

Im Allgemeinen kann man sagen, dass ein nichtlineares System mit Gedächtnis durch unendliche viele Impulsantworten  $h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n)$  auch Volterra-Kernels genannt, charakterisiert wird.

Man kann die Zustandsraumdarstellung (Gleichung 1.2.3) für solche Systeme wie folgt verallgemeinern:

$$\begin{aligned}\frac{d\vec{z}(t)}{dt} &= E[\vec{z}(t), \vec{x}(t)] \\ \vec{y}(t) &= G[\vec{z}(t), \vec{x}(t)]\end{aligned}\tag{3.3.3}$$

Mit  $E$  und  $G$  als allgemeine Operatoren für vektorielle Funktionen des Systems [(Unb97)]. Das bedeutet,  $x(t)$ ,  $y(t)$  und  $z(t)$  haben nicht mehr eine lineare Beziehung miteinander wie Gleichung 1.2.3 sondern allgemeine nichtlineare Beziehung wie z. B. expotentiell. Zur Berechnung der *IMD*-Produkte ist es einfacher, die höheren Ordnungen der Impulsantwort ( $h_n(t_1, t_2, t_3, \dots, t_n)$ ) bzw. des Volterra-Kernels im Frequenz- bzw. Laplace-Bereich zu betrachten, da die mathematischen Berechnungen im Zeitbereich sehr aufwendig sind.

Aus Gleichung 3.3.2 folgt für das Spektrum [(Aik07)], [(GL04)], [(03)] :

$$Y(f) = H_1(f)X(f)$$

$$\begin{aligned}&+ \int_{-\infty}^{\infty} df_1 H_2(f_1, f - f_1) X(f_1) X(f - f_1) \\&+ \int_{-\infty}^{\infty} df_2 \int_{-\infty}^{\infty} df_1 H_3(f_1, f_2, f - f_1 - f_2) X(f_1) X(f_2) X(f - f_1 - f_2) \\&+ \int_{-\infty}^{\infty} df_3 \int_{-\infty}^{\infty} df_2 \int_{-\infty}^{\infty} df_1 H_4(f_1, f_2, f_3, f - f_1 - f_2 - f_3) X(f_1) X(f_2) X(f_3) X(f - f_1 - f_2 - f_3) \\&+ \dots \\&+ \int_{-\infty}^{\infty} df_N \dots \int_{-\infty}^{\infty} df_1 H_N(f_1, \dots, f_N, f - f_1 \dots - f_N) X(f_1) \dots X(f_N) X(f - f_1 \dots - f_N)\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \sum_{k=1}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} df_N \cdots \int_{-\infty}^{\infty} df_1 H_N(f_1, \dots, f_N, f - \dots - f_N) \prod_{r=1}^N X(f_1) \cdots X(f_N) X(f - \dots - f_N) \\
&= Y_1(f) + Y_2(f) + Y_3(f) + \cdots + Y_N(f)
\end{aligned} \tag{3.3.4}$$

Im Gegensatz zur Taylor-Reihe ist bei der Volterra-Reihe eine Beschreibung des Frequenzgangs von Amplitude und Phase möglich, wobei die Übertragungsfunktionen beliebig komplex sein können.

Ein graphische Darstellung der Gleichung 3.2.4 ist in der Abbildung 3.10 gegeben.

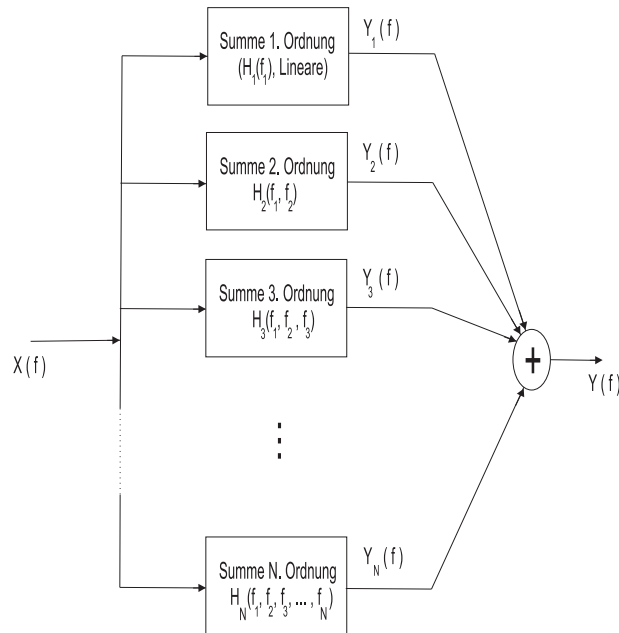


Abbildung 3.10: Block-Diagramm eines nichtlinearen Systems dargestellt durch eine Volterra-Reihe im Frequenzbereich

Will man die verschiedenen Ordnungen der Transformationsfunktionen (Fourier-Transformation der Impulsantwort) bestimmen, werden am Eingang des Leistungsverstärkers (nichtlineares System) zwei sinusförmige Spannungssignale (Zweitonen-Aussteuerung) mit unterschiedlichen Amplituden eingespeist:

$$u_{in}(t) = \hat{u}_{in1} \cdot \cos(\omega_1 t) + \hat{u}_{in2} \cdot \cos(\omega_2 t) \tag{3.3.5}$$

Die Ausgangssignale für die Grundwelle und die *3IMD*-Produkte sind [(Che94)] (Anhang A.4):

$$\begin{aligned}
 u_{out}(t) = & e^{j\omega_1 t} \left[ \left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right) H_1(f_1) + \frac{\left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right) \left( \frac{\hat{u}_{in2}}{2} \right)^2}{1} H_3(f_1, f_2, -f_2) + \frac{1}{2} \left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right)^3 H_3(f_1, f_1, -f_1) \right. \\
 & + \frac{\left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right) \left( \frac{\hat{u}_{in2}}{2} \right)^4}{4} H_5(f_1, f_2, f_2, -f_2, -f_2) + \frac{1}{2} \left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right)^3 \left( \frac{\hat{u}_{in2}}{2} \right)^2 H_5(f_1, f_1, -f_1, f_2, -f_2) \\
 & \left. + \frac{\left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right)^5}{12} H_5(f_1, f_1, f_1, -f_1, -f_1) + \dots \right] \\
 & + e^{-j\omega_1 t} \left[ \left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right) H_1(-f_1) + \frac{\left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right) \left( \frac{\hat{u}_{in2}}{2} \right)^2}{1} H_3(-f_1, f_2, -f_2) + \frac{1}{2} \left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right)^3 H_3(-f_1, f_1, -f_1) \right. \\
 & + \frac{\left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right) \left( \frac{\hat{u}_{in2}}{2} \right)^4}{4} H_5(-f_1, f_2, f_2, -f_2, -f_2) + \frac{1}{2} \left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right)^3 \left( \frac{\hat{u}_{in2}}{2} \right)^2 H_5(-f_1, f_1, -f_1, f_2, -f_2) \\
 & \left. + \frac{\left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right)^5}{12} H_5(-f_1, -f_1, -f_1, f_1, f_1) + \dots \right] \\
 & + e^{j\omega_2 t} \left[ \left( \frac{\hat{u}_{in2}}{2} \right) H_1(f_2) + \frac{\left( \frac{\hat{u}_{in2}}{2} \right) \left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right)^2}{1} H_3(f_1, -f_1, f_2) + \frac{1}{2} \left( \frac{\hat{u}_{in2}}{2} \right)^3 H_3(f_2, f_2, -f_2) \right. \\
 & + \frac{\left( \frac{\hat{u}_{in2}}{2} \right) \left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right)^4}{4} H_5(f_1, f_1, -f_1, -f_1, f_2) + \frac{1}{2} \left( \frac{\hat{u}_{in2}}{2} \right)^3 \left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right)^2 H_5(f_1, -f_1, f_2, f_2, -f_2) \\
 & \left. + \frac{\left( \frac{\hat{u}_{in2}}{2} \right)^5}{12} H_5(f_2, f_2, f_2, -f_2, -f_2) + \dots \right] \\
 & + e^{-j\omega_2 t} \left[ \left( \frac{\hat{u}_{in2}}{2} \right) H_1(-f_2) + \frac{\left( \frac{\hat{u}_{in2}}{2} \right) \left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right)^2}{1} H_3(f_1, -f_1, -f_2) + \frac{1}{2} \left( \frac{\hat{u}_{in2}}{2} \right)^3 H_3(-f_2, -f_2, f_2) \right. \\
 & \left. + \frac{\left( \frac{\hat{u}_{in2}}{2} \right) \left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right)^4}{4} H_5(f_1, f_1, -f_1, -f_1, -f_2) + \frac{1}{2} \left( \frac{\hat{u}_{in2}}{2} \right)^3 \left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right)^2 H_5(f_1, -f_1, -f_2, -f_2, f_2) \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^5}{12} H_5(-f_2, -f_2, -f_2, f_2, f_2) + \dots ] \\
 & + e^{j(2\omega_1 - \omega_2)t} \left[ \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^2 \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)}{2} H_3(f_1, f_1, -f_2) + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^2 \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^3}{4} H_5(f_1, f_1, -f_2, -f_2, f_2) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^4 \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)}{6} H_5(f_1, f_1, f_1, -f_1, -f_2) + \dots \right] \\
 & + e^{-j(2\omega_1 - \omega_2)t} \left[ \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^2 \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)}{2} H_3(-f_1, -f_1, f_2) + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^2 \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^3}{4} H_5(-f_1, -f_1, f_2, f_2, -f_2) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^4 \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)}{6} H_5(-f_1, -f_1, -f_1, f_1, f_2) + \dots \right] \\
 & + e^{j(\omega_1 - 2\omega_2)t} \left[ \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^2 \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)}{2} H_3(f_1, -f_2, -f_2) + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^2 \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^3}{4} H_5(f_1, f_1, -f_1, -f_2, -f_2) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^4 \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)}{6} H_5(f_1, -f_2, -f_2, -f_2, f_2) + \dots \right] \\
 & + e^{-j(\omega_1 - 2\omega_2)t} \left[ \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^2 \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)}{2} H_3(-f_1, f_2, f_2) + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^2 \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^3}{4} H_5(-f_1, -f_1, f_1, f_2, f_2) \right. \\
 & \quad \left. + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^4 \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)}{6} H_5(-f_1, f_2, f_2, f_2, -f_2) + \dots \right] + \dots \tag{3.3.6}
 \end{aligned}$$

Wenn beide Eingangsamplitude gleich sind ( $\hat{u}_{in1} = \hat{u}_{in2} = \hat{u}_{in}$ ), dann vereinfachen sich die Gleichungen 3.3.6 zu:

$$\begin{aligned}
 u_{out}(t) = & e^{j\omega_1 t} \left[ (\hat{u}_{in}) \frac{1}{2} H_1(f_1) + (\hat{u}_{in})^3 \left( \frac{1}{2^3} H_3(f_1, f_2, -f_2) + \frac{1}{2^4} H_3(f_1, f_1, -f_1) \right) \right. \\
 & + (\hat{u}_{in})^5 \left( \frac{1}{2^7} H_5(f_1, f_2, f_2, -f_2, -f_2) + \frac{1}{2^6} H_5(f_1, f_1, -f_1, f_2, -f_2) + \frac{1}{3 \cdot 2^7} H_5(f_1, f_1, f_1, -f_1, -f_1) \right) + \dots
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + e^{-j\omega_1 t} [(\hat{u}_{in}) \frac{1}{2} H_1(-f_1) + (\hat{u}_{in})^3 (\frac{1}{2^3} H_3(-f_1, f_2, -f_2) + \frac{1}{2^4} H_3(-f_1, -f_1, f_1)) \\
& + (\hat{u}_{in})^5 (\frac{1}{2^7} H_5(-f_1, f_2, f_2, -f_2, -f_2) + \frac{1}{2^6} H_5(-f_1, -f_1, f_1, f_2, -f_2) + \frac{1}{3 \cdot 2^7} H_5(-f_1, -f_1, -f_1, f_1, f_1)) \\
& + e^{j\omega_2 t} [(\hat{u}_{in}) \frac{1}{2} H_1(f_2) + (\hat{u}_{in})^3 (\frac{1}{2^3} H_3(f_1, -f_1, f_2) + \frac{1}{2^4} H_3(f_2, f_2, -f_2)) \\
& + (\hat{u}_{in})^5 (\frac{1}{2^7} H_5(f_1, f_1, -f_1, -f_1, f_2) + \frac{1}{2^6} H_5(f_1, -f_1, f_2, f_2, -f_2) + \frac{1}{3 \cdot 2^7} H_5(f_2, f_2, f_2, -f_2, -f_2)) + \dots \\
& + e^{-j\omega_2 t} [(\hat{u}_{in}) \frac{1}{2} H_1(-f_2) + (\hat{u}_{in})^3 (\frac{1}{2^3} H_3(f_1, -f_1, -f_2) + \frac{1}{2^4} H_3(-f_2, -f_2, f_2)) \\
& + (\hat{u}_{in})^5 (\frac{1}{2^7} H_5(f_1, f_1, -f_1, -f_1, -f_2) + \frac{1}{2^6} H_5(f_1, -f_1, -f_2, -f_2, f_2) + \frac{1}{3 \cdot 2^7} H_5(-f_2, -f_2, -f_2, f_2, f_2)) \\
& + e^{j(2\omega_1 - \omega_2)t} [(\hat{u}_{in})^3 \frac{1}{2^4} H_3(f_1, f_1, -f_2) + (\hat{u}_{in})^5 (\frac{1}{2^7} H_5(f_1, f_1, -f_2, -f_2, f_2) \\
& + \frac{1}{3 \cdot 2^6} H_5(f_1, f_1, f_1, -f_1, -f_2)) + \dots] \\
& + e^{-j(2\omega_1 - \omega_2)t} [(\hat{u}_{in})^3 \frac{1}{2^4} H_3(-f_1, -f_1, f_2) + (\hat{u}_{in})^5 (\frac{1}{2^7} H_5(-f_1, -f_1, f_2, f_2, -f_2) \\
& + \frac{1}{3 \cdot 2^6} H_5(-f_1, -f_1, -f_1, f_1, f_2)) + \dots] \\
& + e^{j(\omega_1 - 2\omega_2)t} [(\hat{u}_{in})^3 \frac{1}{2^4} H_3(f_1, -f_2, -f_2) + (\hat{u}_{in})^5 (\frac{1}{2^7} H_5(f_1, f_1, -f_1, -f_2, -f_2) \\
& + \frac{1}{3 \cdot 2^6} H_5(f_1, -f_2, -f_2, -f_2, f_2)) + \dots]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + e^{-j(\omega_1 - 2\omega_2)t} [(\hat{u}_{in})^3 \frac{1}{2^4} H_3(-f_1, f_2, f_2) + (\hat{u}_{in})^5 (\frac{1}{2^7} H_5(-f_1, -f_1, f_1, f_2, f_2) \\
 & + \frac{1}{3 \cdot 2^6} H_5(-f_1, f_2, f_2, f_2, -f_2)) + \dots] + \dots
 \end{aligned} \tag{3.3.7}$$

Da  $H_n$  symmetrisch und  $H_n(f_n) = H_n(-f_n)$  ist, gilt für die Gleichung 3.3.7 mit  $\cos \alpha = \frac{1}{2}(e^{j\alpha} + e^{-j\alpha})$ :

$$\begin{aligned}
 u_{out}(t) = & \cos(\omega_1 t) [(\hat{u}_{in}) \overbrace{\Re[H_1(f_1)]}^{c_1} + (\hat{u}_{in})^3 \overbrace{\Re[\frac{1}{2^2} H_3(f_1, f_2, -f_2) + \frac{1}{2^3} H_3(f_1, f_1, -f_1)]}^{\frac{9}{4} c_3} \\
 & + (\hat{u}_{in})^5 \overbrace{\Re[\frac{1}{2^6} H_5(f_1, f_2, f_2, -f_2, -f_2) + \frac{1}{2^5} H_5(f_1, f_1, -f_1, f_2, -f_2) + \frac{1}{3 \cdot 2^6} H_5(f_1, f_1, f_1, -f_1, -f_1)]}^{\frac{100}{16} c_5} + \dots \\
 & + \cos((2\omega_1 - \omega_2)t) [(\hat{u}_{in})^3 \overbrace{\Re[\frac{1}{2^3} H_3(f_1, f_1, -f_2)]}^{\frac{3}{4} c_3} \\
 & + (\hat{u}_{in})^5 \overbrace{\Re[\frac{1}{2^6} H_5(f_1, f_1, -f_2, -f_2, f_2) + \frac{1}{3 \cdot 2^5} H_5(f_1, f_1, f_1, -f_1, -f_2)]}^{\frac{50}{16} c_5} + \dots] + \dots \tag{3.3.8}
 \end{aligned}$$

Wenn man die Grundwellen- und *3IMD*-Gleichung der Taylor-Reihe (Gleichungen 3.1.3 und 3.1.4) mit der Grundwellen- und *3IMD*-Gleichungen der Volterra-Reihe (Gleichung 3.3.8) vergleicht, sieht man, dass die Taylor-Koeffizienten jeweils die Summe einer Reihe von Übertragungsfunktionen mit gleicher Ordnung sind.

Da die Übertragungsfunktionen komplexe Werte haben können, kann man sich die Taylor-Koeffizienten als komplexe Werte vorstellen. Daraus folgt: sind beide Eingangsamplituden des Leistungsverstärker gleich groß, wird die Volterra-Reihe zu einer Taylor-Reihe mit komplexen Koeffizienten vereinfacht.

Wie im letzten Abschnitt, werden auch hier zur Modellierung der Leistungsverstärker mit Hilfe dieser komplexwertigen Reihe ausschließlich die Messwerte verwendet, mit dem Unterschied, dass nun für die Suche der komplexen Koeffizienten auch komplexe Messwerte benutzt werden müssen [(XH06)].



Dies ist allerdings schwierig. Im Prinzip ist es nicht möglich z. B. mit einem Spektrum-Analyzer einen komplexen Wert zu messen, da keine Phasen-Angaben für die Eingangs- und Ausgangssignale gemacht werden können. Alternativ dazu wird mit Hilfe eines Netzwerk-Analyzers die Verstärkung im Bereich des 1-dB Kompressionspunkts nach Betrag und Phase gemessen (der Streuparameter  $S_{21}$ ). Diese Messung ist im Prinzip das Äquivalent zur Grundwellen-Darstellung des Spektrum-Analyzers, mit zusätzlicher Information über die Phase der Verstärkung.

Der Betrag- und Phasen-Verlauf der Verstärkung über dem Eingangspegel für die beiden Leistungsverstärker A und B wird in den Abbildungen 3.11 und 3.12 dargestellt.

Hinweis: Zum Schutz des Netzwerk-Analyzers wurde ein Dämpfungsglied benutzt. Deshalb muss zu den angegebenen Verstärkungen in beiden Abbildungen 32 dB addiert werden. Die Betrags-Messwerte in den Abbildungen 3.11 und 3.12 sind äquivalent mit dem bisherigen Verlauf der Grundwellen (Nutzsignale); allerdings mit dem Unterschied, dass jetzt mit Eintonaussteuerung gearbeitet wird, was den Kompressions- Pegel nach oben schiebt. Wir werden nun versuchen, mit zusätzlichen Angaben über das Phasen-Verhalten die komplexen Taylor Koeffizienten so zu bestimmen, dass die Messwerte besser angenähert werden können und dass man somit ein genaueres Modell für die Verstärker bekommen kann.

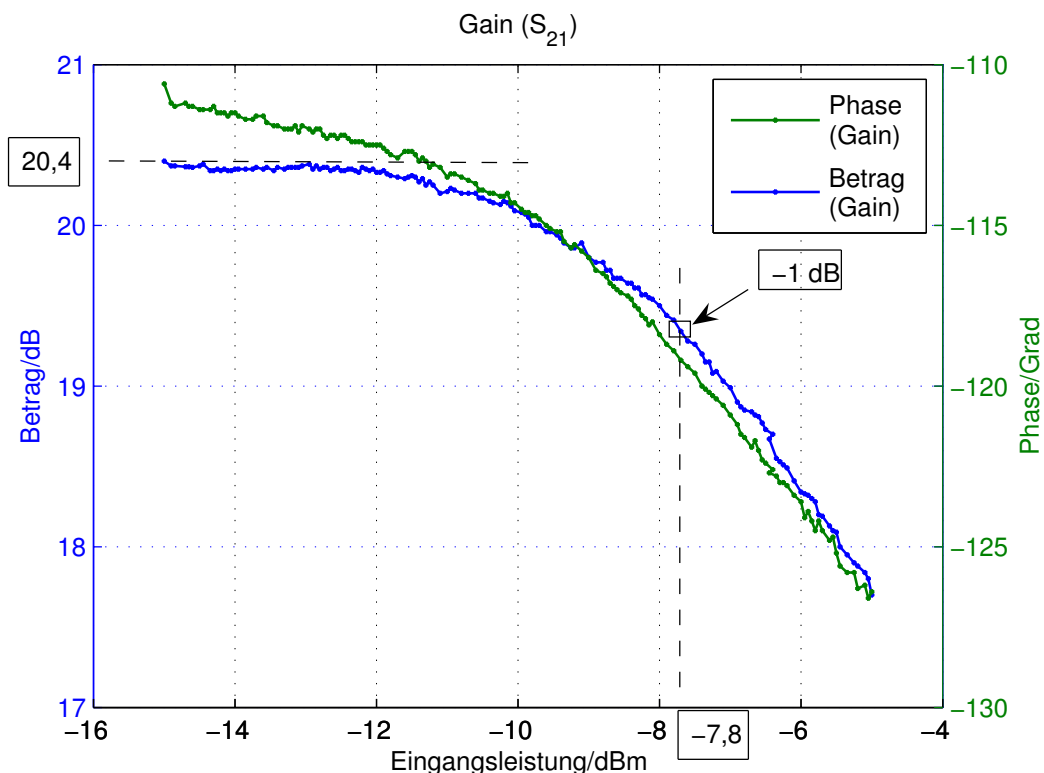


Abbildung 3.11: Gemessener Betrag- und Phasen-Verlauf der Verstärkung bei Eintonaussteuerung über dem Eingangspegel für den Leistungsverstärker A

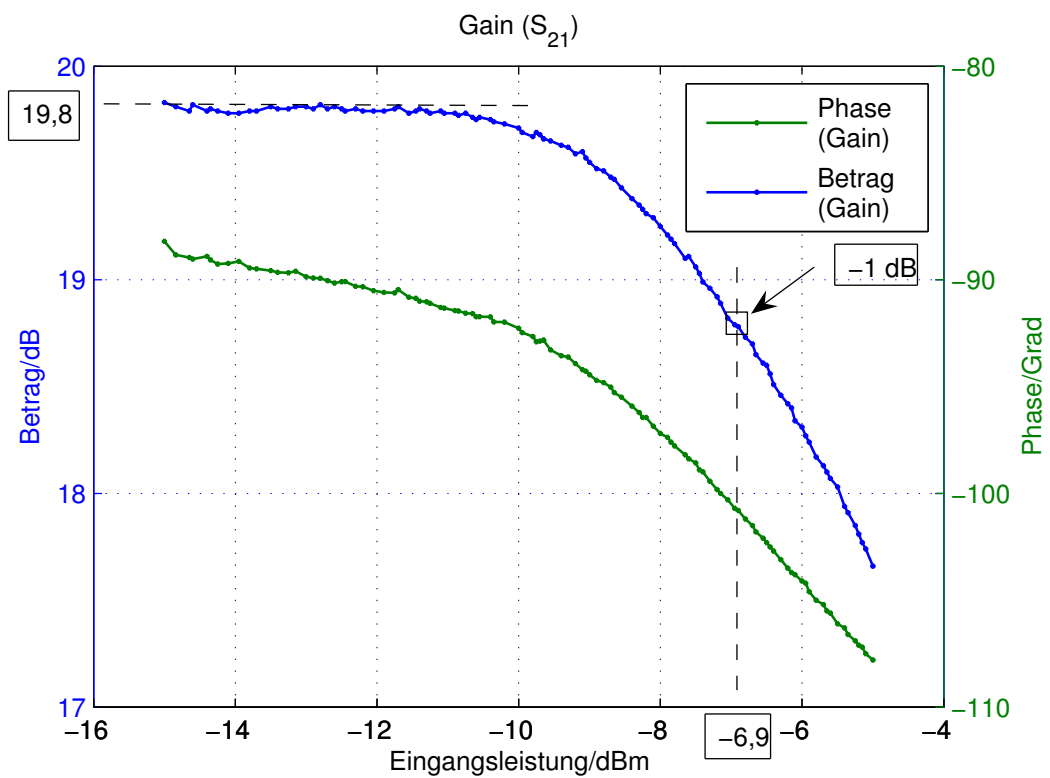


Abbildung 3.12: Gemessener Betrag- und Phasen-Verlauf der Verstärkung bei Eintonaussteuerung über dem Eingangspegel für den Leistungsverstärker B

### 3.3.1 Optimale Approximation der Parameter mit Hilfe der komplexwertigen Taylor-Reihe

Im Folgenden wird das alte Gleichungssystem mit komplexen Parametern dargestellt und auch ein zusätzliches Gleichungssystem für die komplexwertige Verstärkung aufgestellt. Das ursprüngliche Gleichungssystem für das Grundwellen-Produkt 3.2.2 kann mit den neuen komplexen Koeffizienten wie folgt umgeformt werden. Da auf der linken Seite die Messwerte für das Grundwellen-Produkt reell sind (abgeleitet aus Leistungsmesswerten), muss der Betrags-Anteil der rechten Seite der Gl. 3.2.2 betrachtet werden. Das bedeutet, es muss gelten:

$$U1_{M_1 \times 1} = |[A_{M_1 \times N} \times C_{N \times 1}]| = |[B1_{M_1 \times 1}]| \quad (3.3.9)$$

mit

$$U1_{M_1 \times 1} = \begin{pmatrix} \hat{u}_{out,G,1} \\ \hat{u}_{out,G,2} \\ \hat{u}_{out,G,3} \\ \vdots \\ \hat{u}_{out,G,M_1} \end{pmatrix} \text{ als Grundwellen-Matrix mit den } M_1 \text{ reellen Messwerten}$$

$$C_{N \times 1} = \begin{pmatrix} c_1 e^{j\varphi_{c1}} \\ c_3 e^{j\varphi_{c3}} \\ c_5 e^{j\varphi_{c5}} \\ \vdots \\ c_N e^{j\varphi_{cN}} \end{pmatrix} \text{ als Parameter-Matrix und}$$

$$A_{M_1 \times N} = \begin{pmatrix} \hat{u}_{in,1} & \frac{9}{4} \hat{u}_{in,1}^3 & \frac{100}{16} \hat{u}_{in,1}^5 & \cdots & \binom{N}{(N-1)/2}^2 \frac{\hat{u}_{in,1}^N}{2^{N-1}} \\ \hat{u}_{in,2} & \frac{9}{4} \hat{u}_{in,2}^3 & \frac{100}{16} \hat{u}_{in,2}^5 & \cdots & \binom{N}{(N-1)/2}^2 \frac{\hat{u}_{in,2}^N}{2^{N-1}} \\ \hat{u}_{in,3} & \frac{9}{4} \hat{u}_{in,3}^3 & \frac{100}{16} \hat{u}_{in,3}^5 & \cdots & \binom{N}{(N-1)/2}^2 \frac{\hat{u}_{in,3}^N}{2^{N-1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{u}_{in,M_1} & \frac{9}{4} \hat{u}_{in,M_1}^3 & \frac{100}{16} \hat{u}_{in,M_1}^5 & \cdots & \binom{N}{(N-1)/2}^2 \frac{\hat{u}_{in,M_1}^N}{2^{N-1}} \end{pmatrix}$$

oder

$$\begin{pmatrix} \hat{u}_{out,G,1} \\ \hat{u}_{out,G,2} \\ \hat{u}_{out,G,3} \\ \vdots \\ \hat{u}_{out,G,M_1} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{u}_{in,1} & \frac{9}{4}\hat{u}_{in,1}^3 & \frac{100}{16}\hat{u}_{in,1}^5 & \cdots & \binom{N}{(N-1)/2} \frac{\hat{u}_{in,1}^N}{2^{N-1}} \\ \hat{u}_{in,2} & \frac{9}{4}\hat{u}_{in,2}^3 & \frac{100}{16}\hat{u}_{in,2}^5 & \cdots & \binom{N}{(N-1)/2} \frac{\hat{u}_{in,2}^N}{2^{N-1}} \\ \hat{u}_{in,3} & \frac{9}{4}\hat{u}_{in,3}^3 & \frac{100}{16}\hat{u}_{in,3}^5 & \cdots & \binom{N}{(N-1)/2} \frac{\hat{u}_{in,3}^N}{2^{N-1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \hat{u}_{in,M_1} & \frac{9}{4}\hat{u}_{in,M_1}^3 & \frac{100}{16}\hat{u}_{in,M_1}^5 & \cdots & \binom{N}{(N-1)/2} \frac{\hat{u}_{in,M_1}^N}{2^{N-1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 e^{j\varphi_{c_1}} \\ c_3 e^{j\varphi_{c_3}} \\ c_5 e^{j\varphi_{c_5}} \\ \vdots \\ c_N e^{j\varphi_{c_N}} \end{pmatrix} \quad (3.3.10)$$

Die Gleichungssysteme für andere Produkte (3IMD-, 5IMD-Produkte etc.) werden in der selben Weise wie das Grundwellen-Produkt umgeformt.

Will man das Gleichungssystem für die komplexe Verstärkung bestimmen, wird die Ausgangsspannung des Verstärkers in eine Taylor-Reihe (zunächst mit reell angenommenen Koeffizienten  $c_n$ ) mit einem sinusförmigen Spannungssignal (Einton-Aussteuerung) entwickelt, wie bei der Messung mit dem Netzwerk-Analyzer auch vorgegangen wird:

$$u_{in}(t) = \hat{u}_{in} \cos \omega t \quad (3.3.11)$$

$$u_{out}(t) = c_1 u_{in}(t) + c_2 u_{in}^2(t) + c_3 u_{in}^3(t) + c_4 u_{in}^4(t) + \cdots + c_n u_{in}^n(t) \quad (3.3.12)$$

Nach der Einsetzung der Gleichung 3.3.12 in 3.3.13 und die Verwendung der trigonometrischen Funktionen kann das Ausgangssignal für die Grundwelle bzw. das Nutzsignal zusammengefasst werden als (siehe Anhang A.1):

$$\begin{aligned} \hat{u}_{out,G} &= c_1 \hat{u}_{in} + \frac{3}{4} c_3 \hat{u}_{in}^3 + \frac{10}{16} c_5 \hat{u}_{in}^5 + \cdots \\ &+ \binom{2n-1}{n-1} \frac{\hat{u}_{in}^{2n-1}}{2^{2n-2}} c_{2n-1} + \cdots + \binom{N}{(N-1)/2} \frac{\hat{u}_{in}^N}{2^{N-1}} c_N \end{aligned} \quad (3.3.13)$$

Beim Übergang auf komplexwertige Koeffizienten  $\underline{C}_n$  kann entsprechend zur Gleichung 3.3.14 die komplexe Taylor-Reihe für die Grundwellen-Frequenz  $\omega$  geschrieben werden als:

$$\begin{aligned} \underline{U}_{out,G} = & \underline{C}_1 \hat{u}_{in} + \frac{3}{4} \underline{C}_3 \hat{u}_{in}^3 + \frac{10}{16} \underline{C}_5 \hat{u}_{in}^5 + \dots \\ & + \binom{2n-1}{n-1} \frac{\hat{u}_{in}^{2n-1}}{2^{2n-2}} \underline{C}_{2n-1} + \dots + \binom{N}{(N-1)/2} \frac{\hat{u}_{in}^N}{2^{N-1}} \underline{C}_N \end{aligned} \quad (3.3.14)$$

mit

$\hat{u}_{in}$  als reelle Eingangsspannungsamplitude

$\underline{U}_{out}(t)$  als komplexe Ausgangsspannungsamplitude für die Grundwelle

$\underline{C}_1, \underline{C}_2, \underline{C}_3, \dots, \underline{C}_n$  als komplexe Taylor-Koeffizienten

oder für komplexe Verstärkung  $\underline{\nu} = \underline{s}_{21}$ :

$$\begin{aligned} \underline{\nu} = \frac{\underline{U}_{out,G}}{\hat{u}_{in}} = & \underline{C}_1 + \frac{3}{4} \underline{C}_3 \hat{u}_{in}^2 + \frac{10}{16} \underline{C}_5 \hat{u}_{in}^4 + \dots \\ & + \binom{2n-1}{n-1} \frac{\hat{u}_{in}^{2n-2}}{2^{2n-2}} \underline{C}_{2n-1} + \dots + \binom{N}{(N-1)/2} \frac{\hat{u}_{in}^{N-1}}{2^{N-1}} \underline{C}_N \end{aligned} \quad (3.3.15)$$

Das zugehörige Gleichungssystem für  $M_6$  Meßwerte lautet:

$$\begin{pmatrix} \underline{\nu}_1 \\ \underline{\nu}_2 \\ \underline{\nu}_3 \\ \vdots \\ \underline{\nu}_{M_6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{4} \hat{u}_{in,1}^2 & \frac{10}{16} \hat{u}_{in,1}^4 & \dots & \binom{N}{(N-1)/2} \frac{\hat{u}_{in,1}^{N-1}}{2^{N-1}} \\ 1 & \frac{3}{4} \hat{u}_{in,2}^2 & \frac{10}{16} \hat{u}_{in,2}^4 & \dots & \binom{N}{(N-1)/2} \frac{\hat{u}_{in,2}^{N-1}}{2^{N-1}} \\ 1 & \frac{3}{4} \hat{u}_{in,3}^2 & \frac{10}{16} \hat{u}_{in,3}^4 & \dots & \binom{N}{(N-1)/2} \frac{\hat{u}_{in,3}^{N-1}}{2^{N-1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \frac{3}{4} \hat{u}_{in,M_6}^2 & \frac{10}{16} \hat{u}_{in,M_6}^4 & \dots & \binom{N}{(N-1)/2} \frac{\hat{u}_{in,M_6}^{N-1}}{2^{N-1}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{C}_1 \\ \underline{C}_3 \\ \underline{C}_5 \\ \vdots \\ \underline{C}_N \end{pmatrix} \quad (3.3.16)$$

Der Betrag und die Phase der komplexen Verstärkung ( $|\underline{s}_{21}|$  und  $\varphi_{\underline{s}_{21}}$ ) werden getrennt als reelle Messwerte berücksichtigt. Damit gilt für den Betrag- und Phasen-Anteil des Gleichungssystems ( $\angle$  als Phase-Zeichen):

$$\begin{aligned} |\underline{\nu}_{M_6 \times 1}| &= |[D_{M_6 \times N} \times C_{N \times 1}]| = |[B6_{M_6 \times 1}]| \\ \varphi_{M_6 \times 1} &= \angle [D_{M_6 \times N} \times C_{N \times 1}] = \angle [B6_{M_6 \times 1}] \end{aligned} \quad (3.3.17)$$

mit

$$|\nu_{M_6 \times 1}| = \begin{pmatrix} |\underline{\nu}_1| \\ |\underline{\nu}_2| \\ |\underline{\nu}_3| \\ \vdots \\ |\underline{\nu}_{M_6}| \end{pmatrix} \text{ als Matrix für den Betrag-Anteil der Verstärkung mit } M_6 \text{ reellen}$$

Messwerten

$$\varphi_{M_6 \times 1} = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \vdots \\ \varphi_{M_6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \angle \underline{\nu}_1 \\ \angle \underline{\nu}_2 \\ \angle \underline{\nu}_3 \\ \vdots \\ \angle \underline{\nu}_{M_6} \end{pmatrix} \text{ als Matrix für den Phasen-Anteil der Verstärkung mit } M_6$$

reellen Messwerten

$$C_{N \times 1} = \begin{pmatrix} \underline{C}_1 \\ \underline{C}_3 \\ \underline{C}_5 \\ \vdots \\ \underline{C}_N \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} c_1 e^{j\varphi_{c_1}} \\ c_3 e^{j\varphi_{c_3}} \\ c_5 e^{j\varphi_{c_5}} \\ \vdots \\ c_N e^{j\varphi_{c_N}} \end{pmatrix} \text{ als Parameter-Matrix und}$$

$$D_{M_6 \times N} = \begin{pmatrix} 1 & \frac{3}{4} \hat{u}_{in,1}^2 & \frac{10}{16} \hat{u}_{in,1}^4 & \cdots & \binom{N}{(N-1)/2} \frac{\hat{u}_{in,1}^{N-1}}{2^{N-1}} \\ 1 & \frac{3}{4} \hat{u}_{in,2}^2 & \frac{10}{16} \hat{u}_{in,2}^4 & \cdots & \binom{N}{(N-1)/2} \frac{\hat{u}_{in,2}^{N-1}}{2^{N-1}} \\ 1 & \frac{3}{4} \hat{u}_{in,3}^2 & \frac{10}{16} \hat{u}_{in,3}^4 & \cdots & \binom{N}{(N-1)/2} \frac{\hat{u}_{in,3}^{N-1}}{2^{N-1}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \frac{3}{4} \hat{u}_{in,M_6}^2 & \frac{10}{16} \hat{u}_{in,M_6}^4 & \cdots & \binom{N}{(N-1)/2} \frac{\hat{u}_{in,M_6}^{N-1}}{2^{N-1}} \end{pmatrix}$$

In gleicher Weise wie das Gleichungssystem 3.2.7 werden alle umgeformten Gleichungssysteme der verschiedenen Produkte und das Gleichungssystem der Verstärkungs-Phase und des Verstärkungs-Betrags angesetzt mit  $N=13$  und  $M = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5 + 2M_6$  Messwerte, d. h.:

$$U1_{M_1 \times 1} = |[B1_{M_1 \times 1}]| \quad \text{für Grundwelle-Produkte}$$

$$U2_{M_2 \times 1} = |[B2_{M_2 \times 1}]| \quad \text{für 3IMD-Produkte}$$

$$U3_{M_3 \times 1} = |[B3_{M_3 \times 1}]| \quad \text{für 5IMD-Produkte}$$

$$U4_{M_4 \times 1} = |[B4_{M_4 \times 1}]| \quad \text{für 7IMD-Produkte}$$

$$U5_{M_5 \times 1} = |[B5_{M_5 \times 1}]| \quad \text{für 9IMD-Produkte}$$

$$|\nu_{M_6 \times 1}| = |[B6_{M_6 \times 1}]| \quad \text{für Betrag-Verstärkungsprodukte}$$

$$\varphi_{M_6 \times 1} = \angle [B6_{M_6 \times 1}] \quad \text{für Phasen-Verstärkungsprodukte}$$

So dass die gesamt-Darstellung Gleichung 3.3.19 ergibt:

$$\begin{pmatrix} \hat{u}_{out,G,1} \\ \hat{u}_{out,G,2} \\ \vdots \\ \hat{u}_{out,G,M_1} \\ \hat{u}_{out,3IMD,1} \\ \hat{u}_{out,3IMD,2} \\ \vdots \\ \hat{u}_{out,3IMD,M_2} \\ \hat{u}_{out,5IMD,1} \\ \hat{u}_{out,5IMD,2} \\ \vdots \\ \hat{u}_{out,5IMD,M_3} \\ \hat{u}_{out,7IMD,1} \\ \hat{u}_{out,7IMD,2} \\ \vdots \\ \hat{u}_{out,7IMD,M_4} \\ \hat{u}_{out,9IMD,1} \\ \hat{u}_{out,9IMD,2} \\ \vdots \\ \hat{u}_{out,9IMD,M_5} \\ |\underline{\nu}_1| \\ |\underline{\nu}_2| \\ |\underline{\nu}_3| \\ \vdots \\ |\underline{\nu}_{M_6}| \\ \varphi_1 \\ \varphi_2 \\ \varphi_3 \\ \vdots \\ \varphi_{M_6} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{u}_{in,1} & \frac{9}{4}\hat{u}_{in,1}^3 & \frac{100}{16}\hat{u}_{in,1}^5 & \cdots & \frac{184041}{256}\hat{u}_{in,1}^{13} \\ \hat{u}_{in,2} & \frac{9}{4}\hat{u}_{in,2}^3 & \frac{100}{16}\hat{u}_{in,2}^5 & \cdots & \frac{184041}{256}\hat{u}_{in,2}^{13} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \hat{u}_{in,M_1} & \frac{9}{4}\hat{u}_{in,M_1}^3 & \frac{100}{16}\hat{u}_{in,M_1}^5 & \cdots & \frac{184041}{256}\hat{u}_{in,M_1}^{13} \\ 0 & \frac{3}{4}\hat{u}_{in,1}^3 & \frac{50}{16}\hat{u}_{in,1}^5 & \cdots & \frac{552123}{1024}\hat{u}_{in,1}^{13} \\ 0 & \frac{3}{4}\hat{u}_{in,2}^3 & \frac{50}{16}\hat{u}_{in,2}^5 & \cdots & \frac{552123}{1024}\hat{u}_{in,2}^{13} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \frac{3}{4}\hat{u}_{in,M_2}^3 & \frac{50}{16}\hat{u}_{in,M_2}^5 & \cdots & \frac{552123}{1024}\hat{u}_{in,M_2}^{13} \\ 0 & 0 & \frac{10}{16}\hat{u}_{in,1}^5 & \cdots & \frac{306735}{1024}\hat{u}_{in,1}^{13} \\ 0 & 0 & \frac{10}{16}\hat{u}_{in,2}^5 & \cdots & \frac{306735}{1024}\hat{u}_{in,2}^{13} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \frac{10}{16}\hat{u}_{in,M_3}^5 & \cdots & \frac{306735}{1024}\hat{u}_{in,M_3}^{13} \\ \cdots & 0 & \frac{35}{64}\hat{u}_{in,1}^7 & \cdots & \frac{61347}{512}\hat{u}_{in,1}^{13} \\ \cdots & 0 & \frac{35}{64}\hat{u}_{in,2}^7 & \cdots & \frac{61347}{512}\hat{u}_{in,2}^{13} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdots & 0 & \frac{35}{64}\hat{u}_{in,M_4}^7 & \cdots & \frac{61347}{512}\hat{u}_{in,M_4}^{13} \\ \cdots & 0 & \frac{126}{256}\hat{u}_{in,1}^9 & \frac{2541}{512}\hat{u}_{in,1}^{11} & \frac{16731}{8}\hat{u}_{in,1}^{13} \\ \cdots & 0 & \frac{126}{256}\hat{u}_{in,2}^9 & \frac{2541}{512}\hat{u}_{in,2}^{11} & \frac{16731}{8}\hat{u}_{in,2}^{13} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \cdots & 0 & \frac{126}{256}\hat{u}_{in,M_5}^9 & \frac{2541}{512}\hat{u}_{in,M_5}^{11} & \frac{16731}{8}\hat{u}_{in,M_5}^{13} \\ 1 & \frac{3}{4}\hat{u}_{in,1}^2 & \frac{10}{16}\hat{u}_{in,1}^4 & \cdots & \frac{1716}{2^{12}}\hat{u}_{in,1}^{12} \\ 1 & \frac{3}{4}\hat{u}_{in,2}^2 & \frac{10}{16}\hat{u}_{in,2}^4 & \cdots & \frac{1716}{2^{12}}\hat{u}_{in,2}^{12} \\ 1 & \frac{3}{4}\hat{u}_{in,3}^2 & \frac{10}{16}\hat{u}_{in,3}^4 & \cdots & \frac{1716}{2^{12}}\hat{u}_{in,3}^{12} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \frac{3}{4}\hat{u}_{in,M_6}^2 & \frac{10}{16}\hat{u}_{in,M_6}^4 & \cdots & \frac{1716}{2^{12}}\hat{u}_{in,M_6}^{12} \\ 1 & \frac{3}{4}\hat{u}_{in,1}^2 & \frac{10}{16}\hat{u}_{in,1}^4 & \cdots & \frac{1716}{2^{12}}\hat{u}_{in,1}^{12} \\ 1 & \frac{3}{4}\hat{u}_{in,2}^2 & \frac{10}{16}\hat{u}_{in,2}^4 & \cdots & \frac{1716}{2^{12}}\hat{u}_{in,2}^{12} \\ 1 & \frac{3}{4}\hat{u}_{in,3}^2 & \frac{10}{16}\hat{u}_{in,3}^4 & \cdots & \frac{1716}{2^{12}}\hat{u}_{in,3}^{12} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \frac{3}{4}\hat{u}_{in,M_6}^2 & \frac{10}{16}\hat{u}_{in,M_6}^4 & \cdots & \frac{1716}{2^{12}}\hat{u}_{in,M_6}^{12} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c_1 e^{j\varphi_{c_1}} \\ c_3 e^{j\varphi_{c_3}} \\ c_5 e^{j\varphi_{c_5}} \\ c_7 e^{j\varphi_{c_7}} \\ c_9 e^{j\varphi_{c_9}} \\ c_{11} e^{j\varphi_{c_{11}}} \\ c_{13} e^{j\varphi_{c_{13}}} \end{pmatrix}$$

(3.3.18)



Ein Schwachpunkt des dargestellten Konzepts der komplexen Koeffizienten ist, dass die Koeffizienten in der Lösung des Optimierungsproblems aus Beiträgen bei verschiedenen Frequenzen stammen, die Phase von  $c_1$  also nicht ausschließlich aus der Messung der komplexen Verstärkung bei der Eingangssignalfrequenz, sondern auch teilweise von Messwerten der Intermodulationsprodukte die bei anderen Frequenzen liegen. Abgesehen davon wird auch schon der komplexe Koeffizient  $c_1$  für zwei unterschiedliche Frequenzen angewendet,  $\omega_1$  und  $\omega_2$ ; darüber hinaus werden alle komplexen Koeffizienten in allen Intermodulationsprodukten bei unterschiedlichen Frequenzen wirksam. Eigentlich wäre zu fordern, dass die Phasen der Koeffizienten frequenzabhängig sein können, was aber durch die gewählte vereinfachte Reihenentwicklung nicht erlaubt wird; die Volterra-Reihe erlaubt dies durch die Freiheit der verschiedenen Übertragungsfunktionen  $H_n(f_n)$ , die erst in der komplexen Taylor-Reihe zu einem einzigen komplexen Koeffizienten zusammengefasst werden. Das ist nur zu vertreten, wenn die komplexen Koeffizienten nur schwach frequenzabhängig sind und die betrachteten Frequenzen von Nutzsignalen und Intermodulationsprodukten eng beieinander liegen- dies sollte typisch für einen Bandpassverstärker zutreffen.

### 3.3.2 Optimierungsverfahren und Bestimmung der Parameter

Wir wenden erneut die Methode des kleinsten Fehlerquadrat zur Bestimmung der Parameter bzw. der komplexen Taylor-Koeffizienten an. Da es sich zusätzlich um komplexe Parameter bzw. Phasen-Anteile handelt, muss die Fehler-Funktion  $e$  (Gleichung 3.2.8) für das Gleichungssystem um die Phasen ergänzt werden zu:

$$e = \sum_{i=1}^n g_i (\angle(y_m(c)) - \angle(y_i))^2 \quad (3.3.19)$$

oder

$$e = \sum_{i=1}^n g_i (\angle(y_m(c)) - \varphi_i)^2 \quad (3.3.20)$$

mit

$y_m(c)$  als Ausgangsgröße des Modells  
 $\varphi_i$  als gemessene Phase der Verstärkung

Die Fehlerfunktion für Betrag der Verstärkung bleibt unverändert wie die Gl. 3.2.8.

Die Fehlerfunktion  $e$  für die nur betragsmäßig erfassten Produkte (Grundwellen-, 3IMD-, ..., 9IMD-Produkt) bleibt ebenso unverändert wie die Gl. 3.2.8.

Wie im letzten Abschnitt erklärt wurde, soll hier auch für das gesamte Gleichungssystem (alle Produkte) eine gesamte Fehlerfunktion, die sog. Cost Function erstellt werden:

$$e_{sum} = e_1 + e_2 + e_3 + e_4 + e_5 + e_6 + e_7 \quad (3.3.21)$$

mit  $e_6$  und  $e_7$  als die Fehlerfunktionen für die Phasen (Gleichung 3.3.21) bzw. den Betrag der Verstärkung und  $e_1, e_2, \dots, e_5$  die entsprechenden Fehlerfunktionen für die betragsmäßig erfassten Produkte.

Äquivalent zur Gleichung 3.2.12 kann die Gleichung 3.3.20 ergänzt werden:

$$e'_{sum} = G_1 \cdot e_1 + G_2 \cdot e_2 + G_3 \cdot e_3 + G_4 \cdot e_4 + G_5 \cdot e_5 + G_6 \cdot e_6 + G_7 \cdot e_7 \quad (3.3.22)$$

mit  $G_6$  und  $G_7$  als das entsprechende Gewicht für die Phasen- bzw. Betrags-Fehlerfunktion der Verstärkung und  $G_1, \dots, G_5$  für die Betrags-Fehlerfunktionen der anderen Produkte.

Um eine gute Anpassung des Phasen- bzw. Betrag-Verhaltens zu erreichen, wurde das Gewicht  $G_6$  und  $G_7$  wie  $G_1$  und  $G_2$  relativ gross gewählt.

Zur numerischen Lösung des Optimierungsproblems wurde die Funktion **minsearch** für die neue Cost Function  $e'_{sum}$  verwendet.

Die Gleichung 3.3.23 wurde für sieben Ausgangsprodukte (sechs Betrags- und ein Phasen-Produkt) mit  $M = M_1 + M_2 + M_3 + M_4 + M_5 + 2M_6$  Messwerten und 7 komplexen Taylor-Koeffizienten (Beträge und Phase) ausgelegt<sup>1</sup>.

In den Abbildungen 3.13, 3.14 und 3.15, 3.16 sind die Berechnungsergebnisse der erstellten Modelle den Messergebnissen beider Leistungsverstärker A und B für Grundwellen- Übertragungsfunktion, Intermodulationsprodukte der verschiedene Ordnung und der Betrag- und Phasen-Verlauf der Verstärkung gegenübergestellt.

Bei der Ermittlung dieser Modelle wurde auch mit größerer und kleinerer Anzahl von Taylor-Koeffizienten bzw. der Taylor-Potenz  $N$  experimentiert. Durch eine Vergrößerung der Ordnung  $N$  sollte sich eine Verbesserung der Genauigkeit erzielen lassen. Es hat sich allerdings herausgestellt, dass man für Werte  $N > 13$  kaum noch eine Verbesserung erhält. Dabei hängt die Genauigkeit des Modells vor allem vom betrachteten Eingangspegelbereich ab. Je weiter diese Pegel in den Sättigungsbereich reichen, desto ungenauer wird auch das Modell wenn der gesamte Dynamikbereich betrachtet wird, weil dann die höheren Terme sehr stark an Einfluss auf das Ergebnis zunehmen.

Aus diesem Grund wurde der Eingangspegel für beide Leistungsverstärker etwa bis zum 2 dB über 1-dB Kompressionspunkt betrachtet.

---

<sup>1</sup>Am Ende wurde wegen Ungenauigkeit des  $9IMD$ -Produkts auf dieses Produkt verzichtet ( $e_5=0$ )

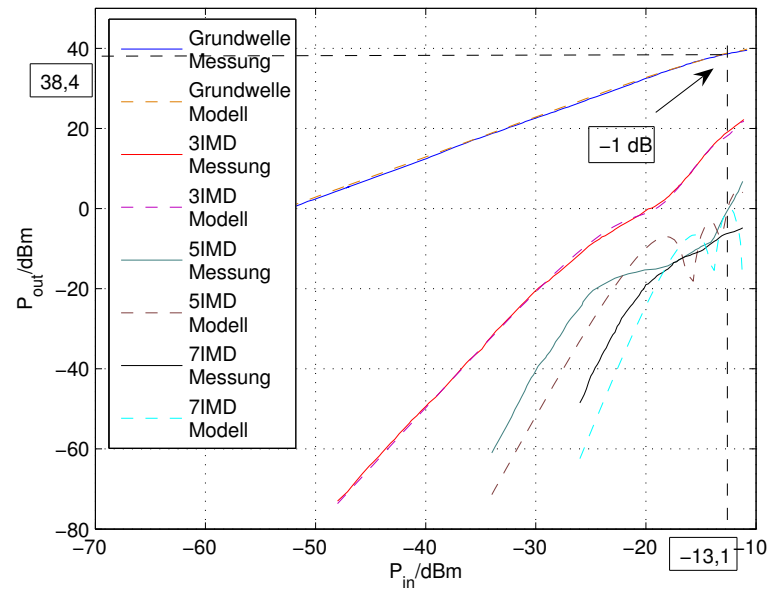


Abbildung 3.13: Modellierung der Übertragungsfunktion und der verschiedenen *IMD*-Produkte des Leistungsverstärkers A mit Meßwerten bis ca. -11 dBm Input Power bei Zweitonaussteuerung und -5 dBm bei Eintonaussteuerung

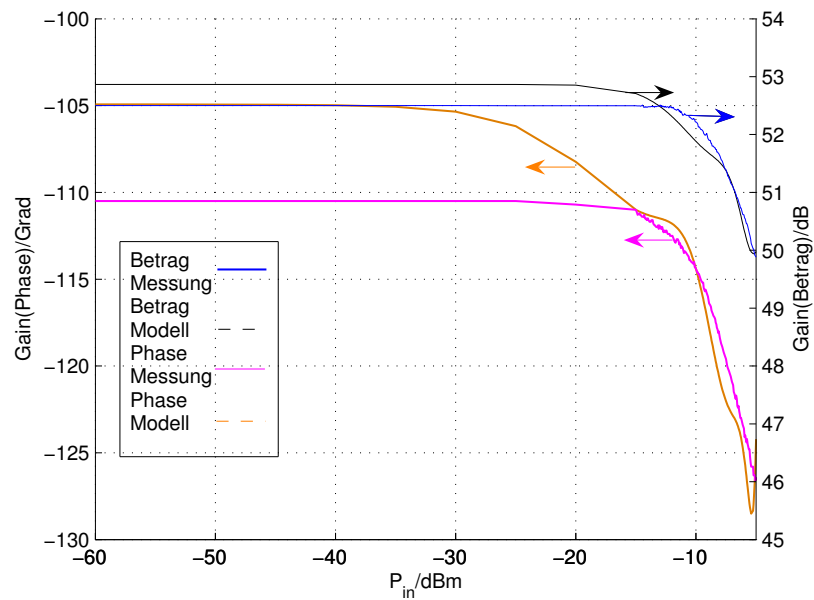


Abbildung 3.14: Modell und Meßwerte der Verstärkung (Betrag und Phase) des Leistungsverstärkers A bei Eintonaussteuerung (Modellierung mit Messwerten bis ca. -11 dBm Input Power bei Zweitonaussteuerung und -5 dBm bei Eintonaussteuerung)

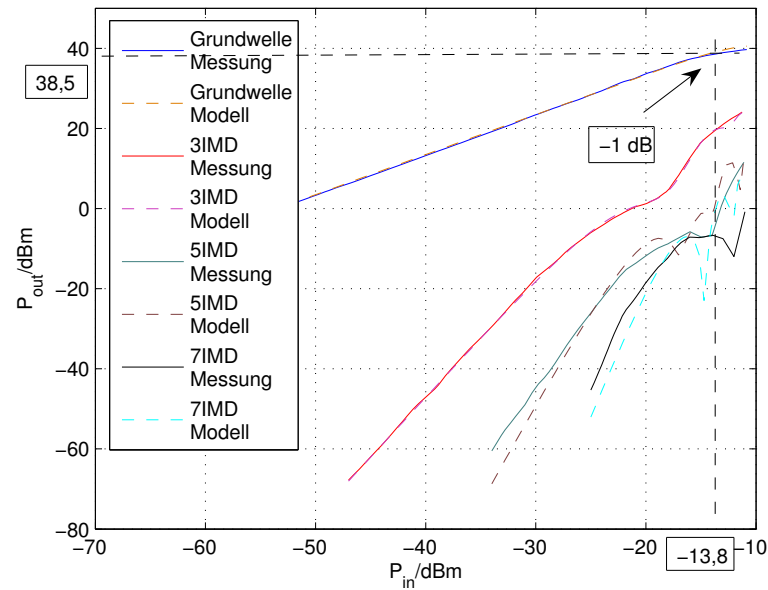


Abbildung 3.15: Modellierung der Übertragungsfunktion und der verschiedenen *IMD*-Produkte des Leistungsverstärkers B mit Meßwerten bis ca. -11 dBm Input Power bei Zweitonaussteuerung und -5 dBm bei Eintonaussteuerung

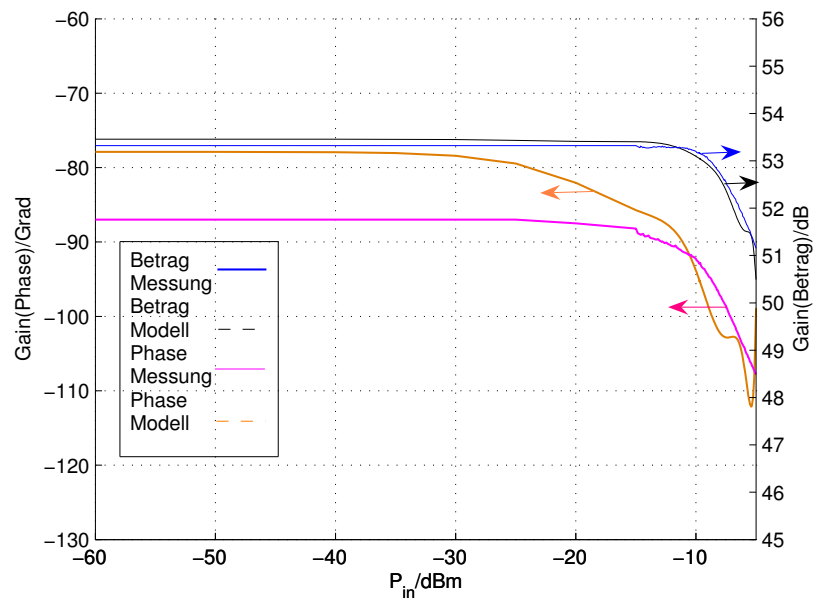


Abbildung 3.16: Modell und Meßwerte der Verstärkung (Betrag und Phase) des Leistungsverstärkers B bei Eintonaussteuerung (Modellierung mit Messwerten bis ca. -11 dBm Input Power bei Zweitonaussteuerung und -5 dBm bei Eintonaussteuerung)

Die gefundenen Parameter für jeden Leistungsverstärker (bei Modellierung mit Zweitonaussteuerung bis -11 dBm) sind:

Leistungsverstärker A:

$$\begin{aligned}\underline{C}_1 &= -1,133533109440952 \cdot 10^2 - j \cdot 4,250375150627817 \cdot 10^2 [-]; \\ \underline{C}_3 &= -4,241681468244830 \cdot 10^4 + j \cdot 1,170336287217504 \cdot 10^4 \left[\frac{1}{V^2}\right]; \\ \underline{C}_5 &= 1,398440421720199 \cdot 10^7 - j \cdot 1,639610319822552 \cdot 10^6 \left[\frac{1}{V^4}\right]; \\ \underline{C}_7 &= -1,958669900955511 \cdot 10^9 + j \cdot 3,234799401151145 \cdot 10^8 \left[\frac{1}{V^6}\right]; \\ \underline{C}_9 &= 1,248523974795798 \cdot 10^{11} - j \cdot 2,734691259725923 \cdot 10^{10} \left[\frac{1}{V^8}\right]; \\ \underline{C}_{11} &= -3,657144975762186 \cdot 10^{12} + j \cdot 1,004019854081010 \cdot 10^{12} \left[\frac{1}{V^{10}}\right]; \\ \underline{C}_{13} &= 4,010365710244952 \cdot 10^{13} - j \cdot 1,324195574622113 \cdot 10^{13} \left[\frac{1}{V^{12}}\right];\end{aligned}$$

Leistungsverstärker B:

$$\begin{aligned}\underline{C}_1 &= 9,883660687761525 \cdot 10^1 - j \cdot 4,603840472636214 \cdot 10^2 [-]; \\ \underline{C}_3 &= -5,914977990062957 \cdot 10^4 - j \cdot 5,392072006016908 \cdot 10^3 \left[\frac{1}{V^2}\right]; \\ \underline{C}_5 &= 1,923162782154115 \cdot 10^7 + j \cdot 1,231646171117435 \cdot 10^6 \left[\frac{1}{V^4}\right]; \\ \underline{C}_7 &= -3,114578514124075 \cdot 10^9 - j \cdot 7,973480506036523 \cdot 10^7 \left[\frac{1}{V^6}\right]; \\ \underline{C}_9 &= 2,256289760928274 \cdot 10^9 + j \cdot 4,810933234649357 \cdot 10^9 \left[\frac{1}{V^8}\right]; \\ \underline{C}_{11} &= -7,350777821653395 \cdot 10^{12} - j \cdot 1,724215156449661 \cdot 10^{11} \left[\frac{1}{V^{10}}\right]; \\ \underline{C}_{13} &= 8,812393452813644 \cdot 10^{13} + j \cdot 2,288917209005605 \cdot 10^{12} \left[\frac{1}{V^{12}}\right];\end{aligned}$$

Man erkennt wiederum an den Koeffizienten, dass die beiden Leistungsverstärker keineswegs gleich sind; die Qualität der Modelle für beide Leistungsverstärker ist ebenfalls unterschiedlich.

In Abbildungen 3.14 und 3.16 sind die Verstärkungsverläufe (Nutzsignale bei  $\omega_1$  und  $\omega_2$  bei Eintonaussteuerung) für Betrag und Phase zwischen dem Modell und der Messung verglichen worden. Die Anpassung ist gut gelungen, der Fehler beträgt nur einige Grad für die Phase bzw. weniger als 0.5 dB für die Beträge der Verstärkung.

In den nächsten Abbildungen 3.17 bis 3.20 wird der Eingangspegelbereich der in der Modellierung verwendeten Messwerte um ca. 2 dB vergrößert (Eingangspegel bis ca. -9 dBm). Man erkennt die Verschlechterung aller Verläufe im Bereich der hohen Pegel im Vergleich zu der Modellierung bis ca. -11 dBm Eingangsleistung. Bei Zweitonaussteuerung laufen die 3IMD-Produkte von Messung und Modell in den Abbildungen 3.17 und 3.19 bei hoher Aussteuerung von ca. -13 dBm bis ca. -9 dBm sichtbar auseinander. Wie im Kapitel 4 bzw. Anhang A.5 gezeigt wird, beeinflusst dieser Fehler die Unterdrückung der 3IMD-Produkte in der FF-Combiner Schaltung in der Nähe der sog. Nullstelle stark.

Für die *5IMD*- und *7IMD*-Produkte bildet sich eine schwingungsförmige Abweichung bei hoher Aussteuerung. Da erstens der Verlauf dieses Bereiches der *5IMD*- und *7IMD*-Produkte von den hohen komplexen Taylor-Koeffizienten wie  $\underline{C}_{11}$  und  $\underline{C}_{13}$  abhängt und zweitens sie weit oberhalb des 1-dB Kompressionspunkts der beiden Leistungsverstärker auftreten (siehe Kapitel 4), hat die erzeugte Überschwung keine große Auswirkung auf die Unterdrückung der *3IMD*-Produkte in der *FF*-Power Combiner-Schaltung im Bereich der sog. Nullstelle ( $P_{in} \approx +3$  dBm).

Die Abweichung des Phasengangs bei Eintonaussteuerung im Bereich -17 dBm bis -10 dBm im Vergleich mit den Messwerten (kein glatter parabolischer Verlauf, Abbildungen 3.18 und 3.20) sind eher kritisch, da sie eine große Abweichung im Bereich der Unterdrückung der *3IMD*-Produkte in der *FF*-Power Combiner-Schaltung verursachen (siehe Kapitel 4 bzw. Anhang A.5).

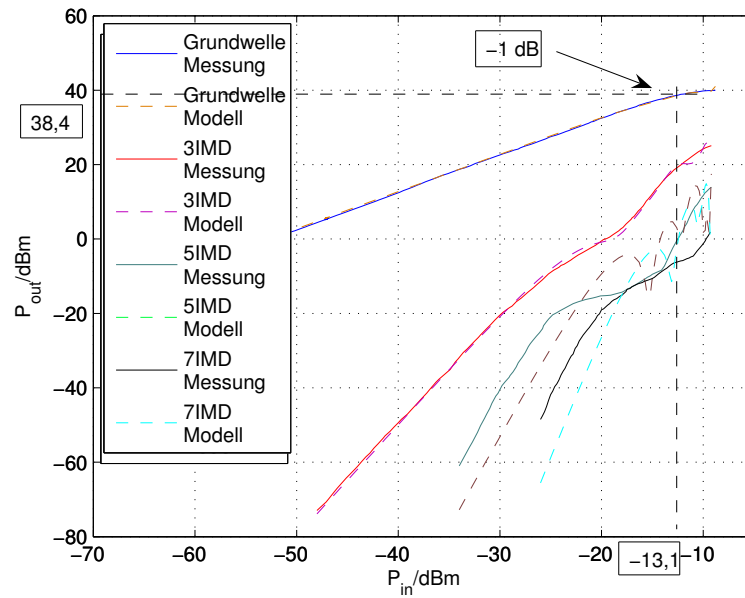


Abbildung 3.17: Modellierung der Übertragungsfunktion und der verschiedenen *IMD*-Produkte des Leistungsverstärkers A mit Meßwerten bis ca. -9 dBm Input Power bei Zweitonaussteuerung und -5 dBm bei Eintonaussteuerung

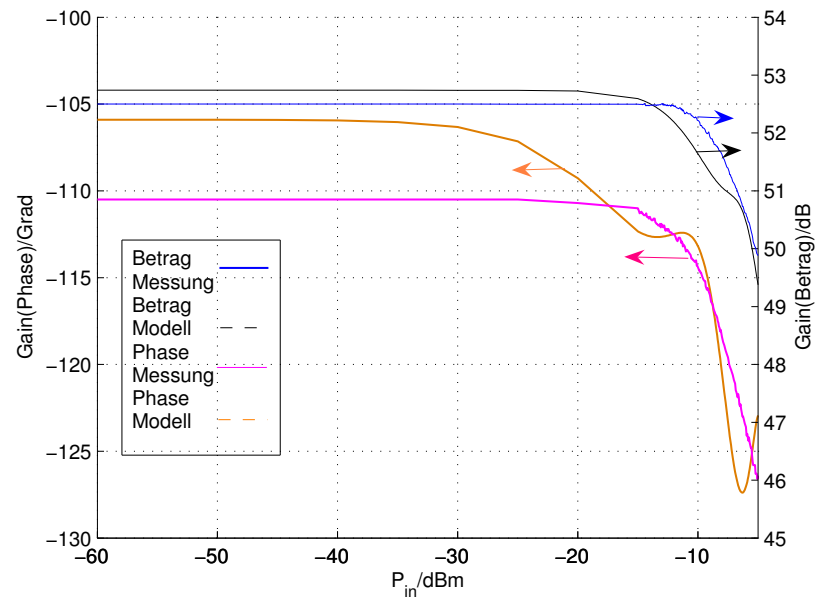


Abbildung 3.18: Modell und Meßwerte der Verstärkung (Betrag und Phase) des Leistungsverstärkers A bei Eintonaussteuerung (Modellierung mit Messwerten bis ca. -9 dBm Input Power bei Zweitonaussteuerung und -5 dBm bei Eintonaussteuerung)

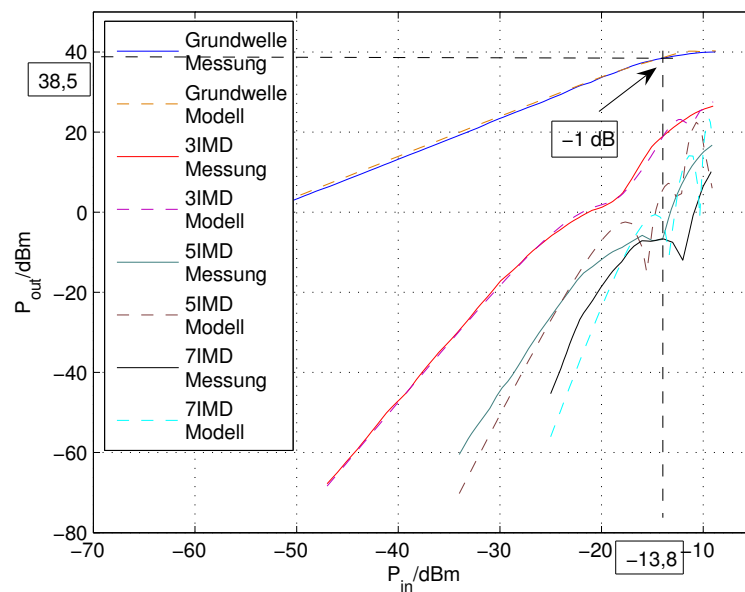


Abbildung 3.19: Modellierung der Übertragungsfunktion und der verschiedenen *IMD*-Produkte des Leistungsverstärkers B mit Meßwerten bis ca. -9 dBm Input Power bei Zweitonaussteuerung und -5 dBm bei Eintonaussteuerung



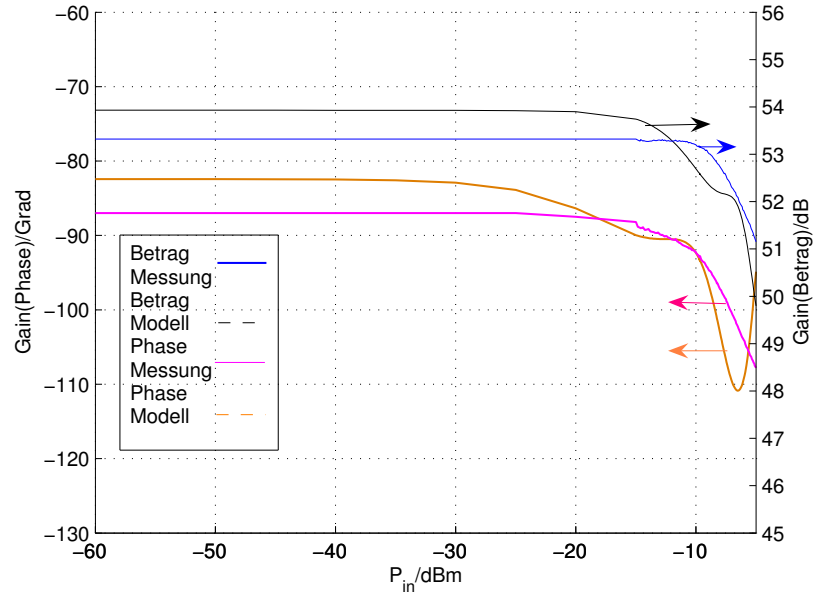


Abbildung 3.20: Modell und Meßwerte der Verstärkung (Betrag und Phase) des Leistungsverstärkers B bei Eintonaussteuerung (Modellierung mit Messwerten bis ca. -9 dBm Input Power bei Zweitonaussteuerung und -5 dBm bei Eintonaussteuerung)

Die gefundenen Parameter für die erneuten Modelle (mit Zweitonaussteuerung bis -9 dBm) sind:

Leistungsverstärker A:

$$\begin{aligned}\underline{C}_1 &= -1,187839661145509 \cdot 10^2 - j \cdot 4,168905769390848 \cdot 10^2 [-]; \\ \underline{C}_3 &= -4,100835521196209 \cdot 10^4 + j \cdot 1,245998085459695 \cdot 10^4 \left[ \frac{1}{V^2} \right]; \\ \underline{C}_5 &= 1,182385314907859 \cdot 10^7 - j \cdot 1,681376126660155 \cdot 10^6 \left[ \frac{1}{V^4} \right]; \\ \underline{C}_7 &= -1,318788421292097 \cdot 10^9 + j \cdot 2,438947605084415 \cdot 10^8 \left[ \frac{1}{V^6} \right]; \\ \underline{C}_9 &= 6,437117895121302 \cdot 10^{10} - j \cdot 1,439476172030625 \cdot 10^{10} \left[ \frac{1}{V^8} \right]; \\ \underline{C}_{11} &= -1,404419277234148 \cdot 10^{12} + j \cdot 3,586615700500279 \cdot 10^{11} \left[ \frac{1}{V^{10}} \right]; \\ \underline{C}_{13} &= 1,122533427490735 \cdot 10^{13} - j \cdot 3,162266263435395 \cdot 10^{12} \left[ \frac{1}{V^{12}} \right];\end{aligned}$$

Leistungsverstärker B:

$$\begin{aligned}\underline{C}_1 &= 6,553929939287733 \cdot 10^1 - j \cdot 4,928361231200985 \cdot 10^2 [-]; \\ \underline{C}_3 &= -5,699392823323631 \cdot 10^4 - j \cdot 5,215955423418451 \cdot 10^3 \left[ \frac{1}{V^2} \right]; \\ \underline{C}_5 &= 1,551371833493144 \cdot 10^7 + j \cdot 3,926736584270190 \cdot 10^6 \left[ \frac{1}{V^4} \right]; \\ \underline{C}_7 &= -1,801874499362979 \cdot 10^9 - j \cdot 3,912665823958139 \cdot 10^8 \left[ \frac{1}{V^6} \right]; \\ \underline{C}_9 &= 8,977753534685545 \cdot 10^{10} + j \cdot 1,702436815196149 \cdot 10^{10} \left[ \frac{1}{V^8} \right]; \\ \underline{C}_{11} &= -1,955982142121310 \cdot 10^{12} - j \cdot 3,348965766774489 \cdot 10^{11} \left[ \frac{1}{V^{10}} \right]; \\ \underline{C}_{13} &= 1,538178809422920 \cdot 10^{13} + j \cdot 2,434214367618023 \cdot 10^{12} \left[ \frac{1}{V^{12}} \right];\end{aligned}$$

## 3.4 Diskussion

Grundsätzlich könnten alle gemessenen Übertragungscharakteristiken der Leistungsverstärker einzeln durch Taylor-Reihen dargestellt werden; dabei könnte eine sehr gute Approximation realisiert werden, jedoch wären alle Taylor-Reihen unterschiedlich und keine davon geeignet als Modell den betreffenden Verstärker in allen seinen Übertragungseigenschaften darzustellen. Deshalb basiert die Modellierung der Übertragungscharakteristik inklusive der Intermodulationscharakteristik der Leistungsverstärker auf einer einzigen Taylor-Reihe. Die Koeffizienten der Taylor-Reihe wurden so bestimmt, dass gleichzeitig alle Messergebnisse für Nutzsignal- und Intermodulationsprodukte als Funktion der Eingangsleistung optimal im Sinne des kleinsten Fehlersquadrats abgebildet werden. Allerdings mit der Einschränkung, dass das größte Gewicht auf die Abbildung der Nutzsignal-Übertragungscharakteristik und die Charakteristik der 3IMD-Produkte gelegt wurde. Wegen der "weichen" Übergänge in der gemessenen Intermodulationscharakteristik (speziell der 3IMD-Produkte) zwischen verschiedenen Steigungen wurde die Taylor-Reihe mit komplexen Koeffizienten versehen und die Messung der komplexen Verstärkung des Nutzsignals mit einbezogen.

Zur besseren Approximation des Modells wurden die höheren Reihenglieder in der komplexen Taylor-Reihe berücksichtigt. Diese höheren Reihenglieder entscheiden aber das Verhalten des Modells an der oberen Aussteuerungsgrenze und verursachen die schwingungsförmigen Rest-Fehler in der Approximation. Das Verhalten der Reihenentwicklung zeigt grundsätzlich ein Überspringen bei hohen Eingangspegeln. Die entsprechende Ursache dafür ist, dass die Größe von Koeffizienten  $\underline{C}_i$  der höheren Ordnung mit wechselnden Vorzeichen zunimmt. In der Potenzreihe müssen sich die entsprechenden Terme  $\underline{C}_i \cdot u_{in}^i$  nahezu aufheben (kleine Differenz) damit die Reihe den Sättigungsverlauf nachbilden kann. Dies würde aber erhöhte Genauigkeit dieser Modellparameter ( $\underline{C}_i$ ) verlangen, was jedoch allein schon auf Grund von Messfehlern nicht gelingen kann.

Es tritt jedoch noch ein weiteres Phänomen auf, wenn das Modell ausgewertet wird bei Eingangspegeln die oberhalb des für die Approximation genutzten Messwertebereichs liegen: konvergiert die Taylor-Reihe innerhalb des Bereichs, so divergiert sie oberhalb der Grenze (d. h. Divergenz der Reihe oberhalb des für die Bestimmung der Taylor-Koeffizienten benutzten Leistungsbereichs der Messungen, maximales  $P_{in}$ ) und zwar umso steiler je höher die Ordnung der Potenzreihe. Dieses Phänomen ist sehr ausgeprägt durch die verwendete hohe Ordnung der Taylor-Reihe und muss als Grundcharakteristik von Potenzreihen-Entwicklungen hingenommen werden. Das heißt, die Verwendung der Taylor-Reihen-Modelle in der Simulation der Power Combiner-Schaltung im folgendem Kapitel ist auf den Bereich unterhalb der Divergenz begrenzt.

Das bedeutet: auf der einen Seite wird mit steigenden weiteren Gliedern die Funktion im Mittel besser angenähert und auf der anderen Seite steigen die Approximationsfehler nahe der oberen Grenze des Approximation- Intervalls und das Modell divergiert außerhalb des Approximationbereichs noch steiler.

Leider bleiben immer noch deutliche Abweichungen zwischen Modell- und Meß-Ergebnissen im Bereich der Verstärker-Sättigung, wo die glatten Verläufe der Messungen in der Modell-Simulation durch überlagerte Schwingungen verfälscht werden. Dieses Phänomen ähnelt dem Gibbschen Phänomen beim Abbruch von Fourier-Reihen; Versuche die Schwingungen abzdämpfen durch Absenkung der Taylor-Koeffizienten höherer Ordnung (analog zum Vorgehen bei Fourier-Reihen) konnten das Problem jedoch nicht befriedigend lösen. Die verwendete komplexe Taylor-Reihe ist eine vereinfachte Form der Voltera-Reihe. Eine vollständige Voltera-Reihe könnte für genauere Charakterisierung bzw. Modellierung der Leistungsverstärker und damit zu besseren Modell-Ergebnissen führen, allerdings mit sehr viel höherem Aufwand bei Messung und Rechnung.

## 4 Aufbau und Vermessung der gesamten Schaltung

### 4.1 Aufbau und Charakterisierung der Leistungsverstärker

Bevor die Messwerte der gesamten Schaltung dargestellt werden können, wird hier zuerst der Messaufbau vorgestellt, der zu der Charakterisierung im Kapitel 3 (Abbildungen 3.6 und 3.7) geführt hat.

Da eine hohe Verstärkung für die beiden Leistungsverstärker A und B benötigt wird, müssen mehrere Verstärker-Stufen hintereinander geschaltet werden (Abbildung 4.1).

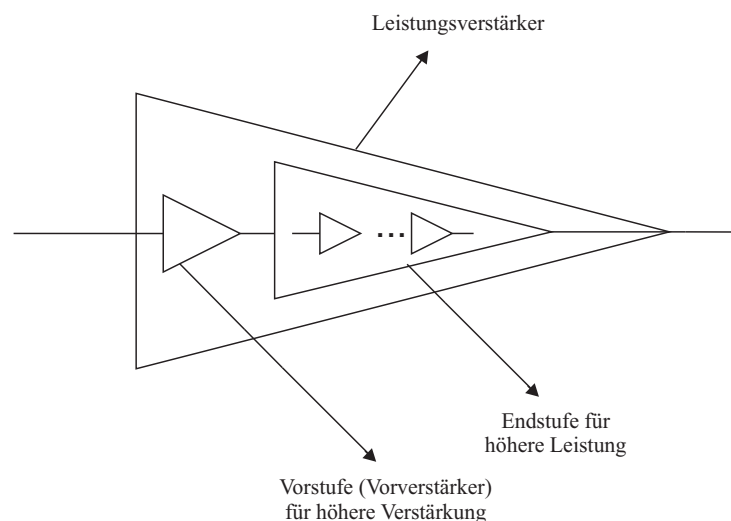


Abbildung 4.1: Ketten-Verstärker als Leistungsverstärker

Die Abbildungen 4.2 und 4.3 zeigen das schematische Schaltbild des Messaufbaues für die Messung des Leistungs- und Phasen-Verhaltens und somit zu der Charakterisierung beider Leistungsverstärker.

Zum Aufbau der Zweiton-Messung für das Leistungsdiagramm (Grundwelle und  $3IMD$ -Produkt,  $5IMD$ -Produkt, etc. in Abbildungen 3.6 und 3.7) wurden zwei Signalgeneratoren mit unterschiedlichen Frequenzen  $f_1$  und  $f_2$  verwendet.

Die beide Signale werden mit einem Signal-Kombinierer (-3 dB) zur Bildung einer Zweitonaussteuerung mit einander kombiniert und in den Leistungsverstärker eingespeist (Abbildung 4.2).

Der Spektrum-Analysator zeigt das Leistungsspektrum der Ausgangssignale mit den verschiedenen Verzerrungen (3IMD-Produkt, 5IMD-Produkt, etc.).

Zu der Messung der komplexen Verstärkung (Abbildungen 3.11 und 3.12) im Bereich des 1-dB Kompressionspunkts wurde die Versuchsschaltung nach Abbildung 4.3 eingesetzt.

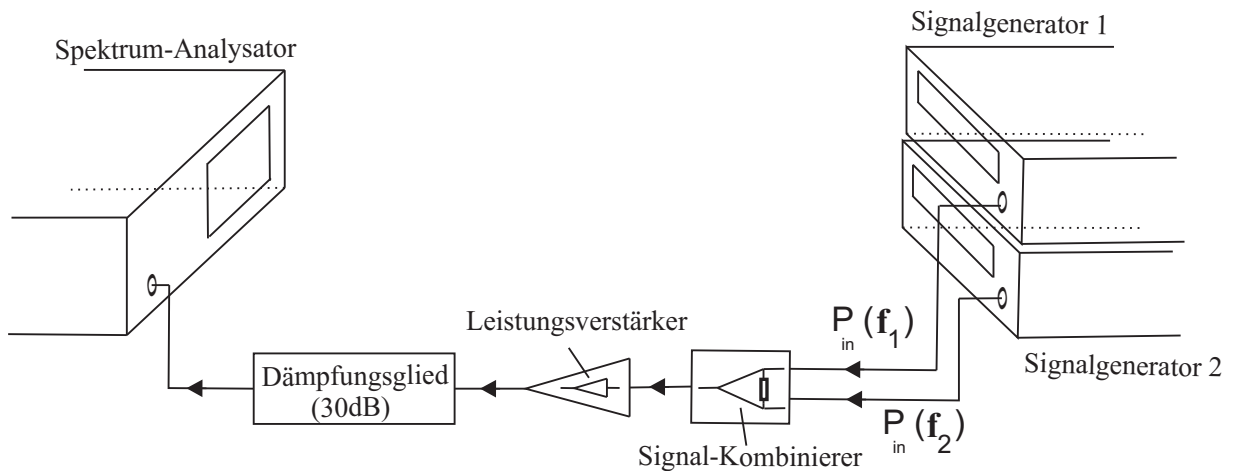


Abbildung 4.2: Messaufbau zur Zweitonausmessung des Leistungsverstärkers

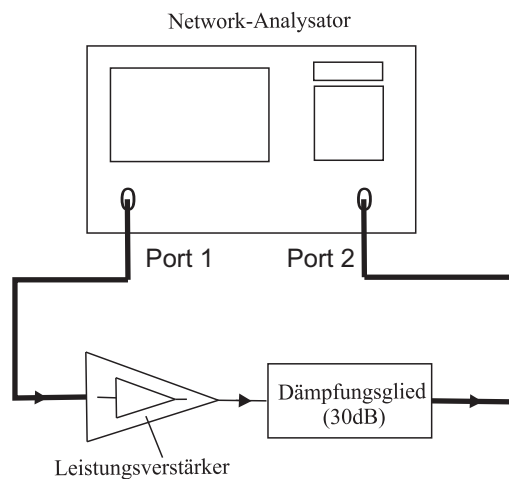


Abbildung 4.3: Messaufbau zur komplexen Verstärkung des Leistungsverstärkers

Da die beiden Verstärker keine gleiche Verstärkung zeigen, wurde einer der beiden Verstärker mit einem Dämpfungsglied (ca. 1 dB) am Eingang in seiner Verstärkung passend reduziert. Als Vorverstärker und Endstufe wurden je zwei Verstärker-Module Typs MHW916 für den 900 MHz GSM-Frequenzbereich mit Push Pull Transistoren (UHF Silicon Fet Power Amplifier) mit einer maximalen Ausgangsleistung von 41 dBm benutzt, welche selbst aus einer Kaskade von mehreren Verstärkern bestehen.

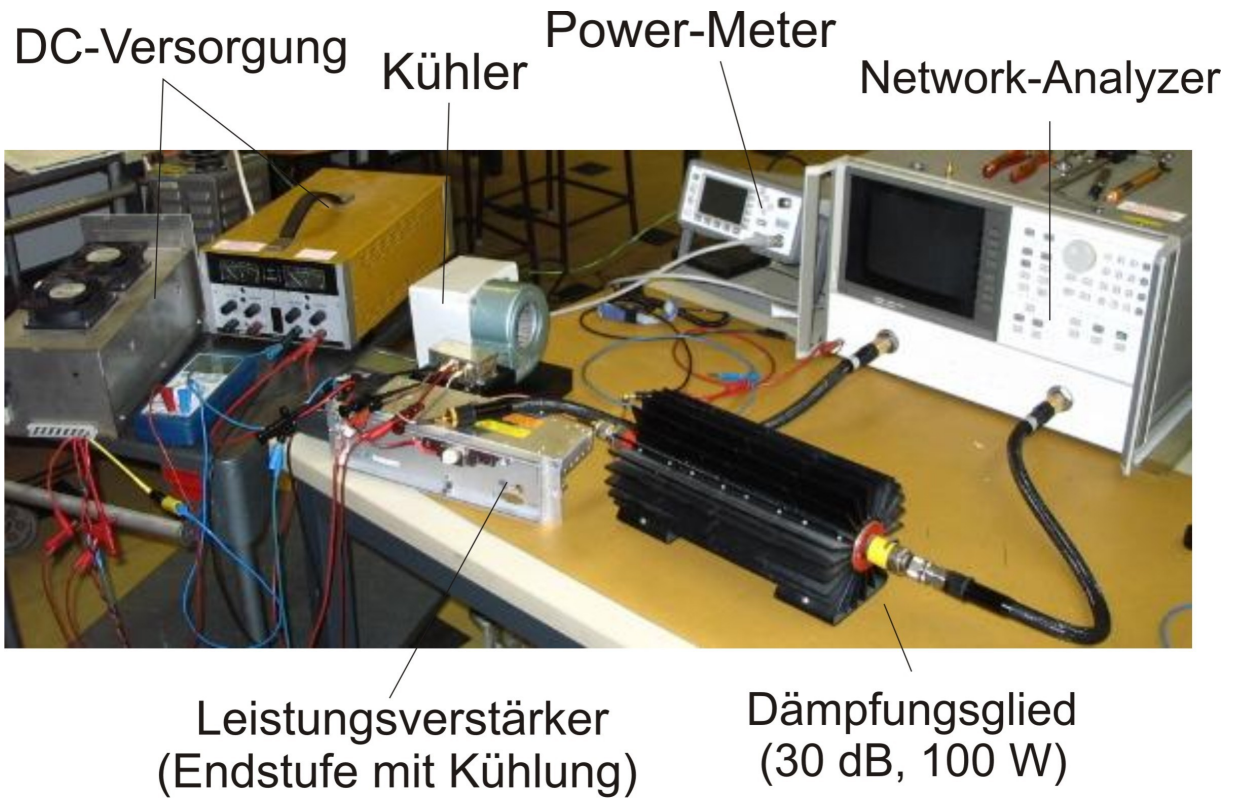


Abbildung 4.5: Aufgebauter Messplatz für die komplexe Verstärkung des Leistungsverstärkers

Die erzeugte Ausgangsleistung ( $P_{out}$ ) im 1 dB Kompressionspunkt beträgt entsprechend Abbildung 3.1 und 3.2 für den Leistungsverstärker A ca. 38,4 dBm bzw. B ca. 38,5 dBm. Die Verstärker-Gruppenlaufzeit ( $\tau_g$ ) beträgt für jeden Leistungsverstärker etwa 11,3 ns, die einer Koaxialleitung mit der Länge von 2,23 m (mit  $\epsilon_r=2,29$ , Dielektrikum des RG213-Kabels) entspricht, entsprechend:

$$\tau_g(\omega) = -\frac{\Delta\varphi}{\Delta\omega} \quad (4.1.1)$$

$$\tau_g = \frac{l\sqrt{\epsilon_r}}{c_0} \quad (4.1.2)$$

mit

$\tau_g$  als Gruppenlaufzeit (Verzögerung, Delay)

$\varphi$  als Phase der Übertragungsfunktion des Leistungsverstärkers

$\omega$  als Kreisfrequenz

$l$  als physikalische Länge der Leitung

$\epsilon_r$  als relative Dielektrizitätszahl des verwendeten Materials in der Leitung

$c_0$  als Lichtgeschwindigkeit in der Luft

Die relativ hohe Verzögerungszeit der Leistungsverstärker wird vor allem durch die hohe Zahl von Verstärkerstufen in Kaskade verursacht.



## 4.2 Untersuchung der Linearisierungs-Schaltung

### 4.2.1 Aufbau der gesamten Schaltung

Das Blockschaltbild des Messaufbaus mit allen Komponenten zum Abgleich ist in der Abbildung 4.6 gezeigt.

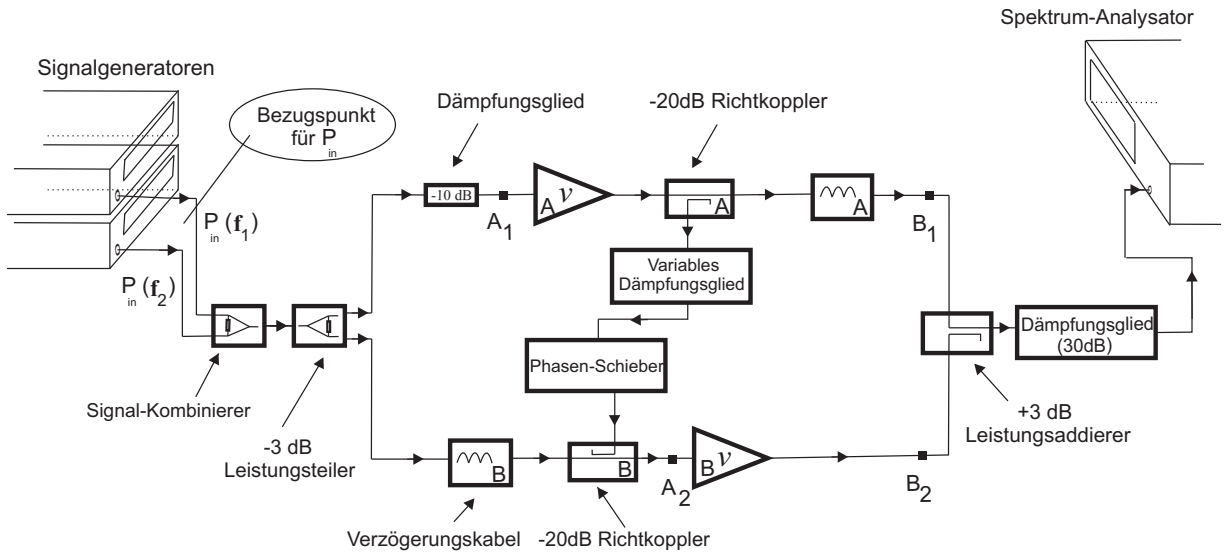


Abbildung 4.6: Messaufbau zur Realisierung der gesamten Schaltung

Die beiden Signale bei  $f_1$  und  $f_2$  werden zunächst durch den Signal-Kombinierer kombiniert (Zweitonaussteuerung). Der in dem Schaltungskonzept, Abschnitt 2.2, geforderte Teiler mit 1:3 Aufteilung wird nicht durch einen 10 dB-Richtkoppler oder 10 dB-Teiler realisiert sondern mit einem 3 dB-Teiler (3 dB Wilkinson-Teiler) und anschließendem 10 dB-Dämpfungsglied. Die ungleiche Phasen-Verschiebung, die dadurch in beiden Zweigen der ersten Schleife erzeugt wird, wird bei Abgleich der ersten Schleife wieder kompensiert. In der Praxis beträgt der Phasengang des ausgekoppelten Signals eines Richtkopplers wegen unterschiedlicher Leitungslängen in Durchgangs- und Koppelarm nicht exakt Null bzw.  $90^\circ$ . Die Transmissionsphasen  $\varphi(\omega)$  der beiden Richtkoppler A und B sowie die Phasen der Verbindungsleitungen und des Dämpfungsglieds vor dem Leistungsverstärker A wurden durch eine entsprechend Länge der Verzögerungskabel A bzw. B kompensiert, mit

$$\varphi = -\beta l = -2\pi \frac{l}{\lambda} \quad (4.2.1)$$

mit

$\varphi$  als Phasenverschiebung der Leitung (Koaxialleitung)

$\beta$  als Phasenbelag

$\lambda$  als Leitungswellenlänge und  $\lambda = \frac{\lambda_0}{\sqrt{\epsilon_r}}$

Um die Dämpfungsverluste der verwendeten Verzögerungsleitungen möglichst klein zu halten, wird ein möglichst dickes Kabel verwendet, da die Dämpfungskonstante mit dem Durchmesser fällt [Boeg07]:

$$\alpha_R = \frac{R_F \cdot \sqrt{\epsilon_r}}{2\pi \cdot 60 \cdot D} \cdot \frac{1 + \frac{D}{d}}{\ln(\frac{D}{d})} \quad (4.2.2)$$

mit

$\alpha_R$  als Dämpfungskonstante

$R_F$  als Flächenwiderstand

$\epsilon_r$  als Permittivitätszahl

D als Durchmesser des Außenleiters

d als Durchmesser des Innenleiters

Die erzeugte Einfügungsdämpfung durch das verwendete Kabel des Typs RG213U, D=11,3 mm beträgt ca. 1,6 dB.

Das im unteren Pfad liegende Verzögerungskabel (B) mit seiner Dämpfung von 1,6 dB sorgt für die weitere Dämpfung auf diesem Pfad, Kabel zur Verbindung des Leistungsverstärkers A sorgen ebenfalls für weitere Dämpfung von 0,35 dB, sodass ein Amplitudenverhältnis von 2,74:1 entsteht- eine geringe Abweichung zu dem theoretisch geforderten Wert 3:1 (d. h. das Signal im unteren Pfad ist etwas zu klein).

Es wurde versucht, die Gruppenlaufzeit der Richtkoppler und der Verbindungsleitungen zwischen den Schaltungskomponenten in den beiden Schleifen zu kompensieren um gleiche Laufzeit der Signale in den beiden Pfaden vor der Kombination zu haben, so dass kleinste Einschränkung der Bandbreite der gesamten Schaltung erhalten wird.

Da die Schaltung sehr empfindlich bzgl. Phasenfehler und Betragsfehler ist, wurde ein Phasenschieber und ein variables Dämpfungsglied in der Schaltung verwendet, wobei deren Verzögerungszeit (Delay) in den Verzögerungsleitungen A und B berücksichtigt wurde.

Der Phasenschieber hat eine max. Dämpfung von 0,02 dB und die elektrisch wirksame Länge ist von 100,36 mm (334,75 ps) bis 139 mm (463,95 ps) einstellbar. Entsprechend liegt die Einfügungsphase zwischen -109° und -151°. Das variable Dämpfungsglied hat eine elektrisch wirksame Länge von 457 mm (1,52 ns) in der verwendeten Dämpfung von 0,3 dB.

Aus diesen Gründen beträgt die gesamte Kabellänge der Verzögerungsleitungen A bzw. B ca. 4 m (davon repräsentiert 2,2 m die Gruppenlaufzeit des jeweiligen Leistungsverstärkers A bzw. B).

Als Leistungsaddierer wurde ein 3 dB Richtkoppler (Hybrid) mit 90° Phasen-Verschiebung und mit einer hohen Leistungsverträglichkeit (100 W) verwendet (ein Wilkinson - Leistungsaddierer mit hoher Leistungsverträglichkeit ist schwer realisierbar, da der innere Quer-Widerstand nur schwer gekühlt werden kann). Die Phasen-Verschiebung des Leistungsaddierers wurde durch entsprechende Verlängerung des Verzögerungskabels A kompensiert.

Die Einstellung der ersten Schleife wurde mit dem Ziel durchgeführt, die Nutzsignale (bei  $f_1$  und  $f_2$ ) vor den beiden Verstärkern gleich groß zu machen, entsprechend der Schleifenbedingung  $k^2\nu = 2$ : Mit einem Spectrum Analyzer wurden die Amplituden der Signale am Ausgang des Kopplers B (Punkt  $A_2$  in Abbildung 4.6) beobachtet und das variable Dämpfungsglied und der Phasen-Schieber wurden so eingestellt, dass die gegenphasige Überlagerung der Signale am Richtkoppler B eine Amplitude wie am Eingang des Verstärkers A ergab.

Dies setzt aber voraus, dass die Phasenverschiebung der Kette vom 10 dB-Dämpfungsglied über den Leistungsverstärker A, das variable Dämpfungsglied und der Phasenschieber (Grundzustand) sowie die Verbindungskabel durch die passende Länge des Verzögerungskabels ausgeglichen war; die Vorzeichenumkehr (Gegenphase) wird durch die beiden in Reihe geschalteten Richtkoppler (jeweils 90° Phasenverschiebung) herbeigeführt. Dabei war schon zu erkennen, dass der Leistungsverstärker B zusätzlich zu den Nutzsignalen auch Intermodulationsprodukte angeboten bekam, die bei größeren Eingangspegeln erhebliche Amplituden zeigten.

Im zweiten Schritt wurde die zweite Schleife betrachtet: Bei passender Wahl der Länge des Verzögerungskabels A wurde zunächst die Phasengleichheit der Nutzsignale an den Eingängen des Leistungsaddierers (Punkte  $B_1$  und  $B_2$ ) hergestellt.

In der vereinfachten Theorie sollte dann perfekte Leistungsaddition der Nutzsignale gleichzeitig mit einer Auslöschung der Intermodulationsprodukte stattfinden. Dies konnte auch bei kleinen Eingangspegeln beobachtet werden, jedoch war bei größeren Eingangspegeln nicht mehr beides mit der selben Einstellung zu erreichen. Deshalb wurde das Ziel gesetzt die Intermodulationsprodukte optimal zu unterdrücken, auch auf Kosten eines kleinen Nachteils bei der Leistungskombination der Nutzsignale.

Diese Einstellung konnte durch geringe Variation der im ersten Schritt bereits gewonnenen Einstellung von variablen Dämpfungsglied und Phasen-Schieber hergestellt werden.

Bei dieser Abtimmungsprozedur wurde auch deutlich, dass gefundene Einstellungen nur für die gerade gewählten Eingangspegel der Nutzsignale passend waren und mit zunehmenden Eingangspegeln immer stärkere Abweichungen in der Einstellung des Dämpfungsgliedes und des Phasen-Schiebers nötig wurden.

Die Richtigkeit der Einstellung der ersten Schleife wurde durch Darstellung der Signale an den Punkten  $A_1$  und  $A_2$  (Abbildung 4.6) auf dem Spectrum Analyzer (nur Beträge) bzw. Network-Analyzer (zusätzliche Phasen) überprüft bei geschlossener Schleife (Messung an Punkt  $A_2$ ) bzw. bei Auftrennung des Pfades vor Leistungsverstärker A (Messung an Punkt  $A_1$ ). Ebenso wurde bei geöffneter Rückführung der ersten Schleife überprüft, dass die beiden Nutzsignale an den Punkten  $B_1$  und  $B_2$  im Verhältnis von etwa 10 dB anstehen.

Der praktische Aufbau ist in den Abbildungen 4.7, 4.8, 4.9 und 4.10 dargestellt.

Als Wilkinson-Addierer bzw. Teiler in der Schaltung wurde das Modell 9951, 1-2 GHz Frequenzbereich mit 5 W Leistungsverträglichkeit der Firma Pulsar-Microwave (USA) und für beide Richtkoppler (-20 dB) wurde das Model DC-C000-20S, 1-2 GHz Frequenzbereich mit 10 W Leistungsverträglichkeit der Firma WMCC (USA) verwendet. Der Phasen-Schieber von der Firma Spektrum (Deutschland) kann bis 5 W belastet werden und als variables Dämpfungsglied kommt ein DPU Attenuator der Firma Rohde & Schwarz (Deutschland) mit 5 W Belastbarkeit zum Einsatz.

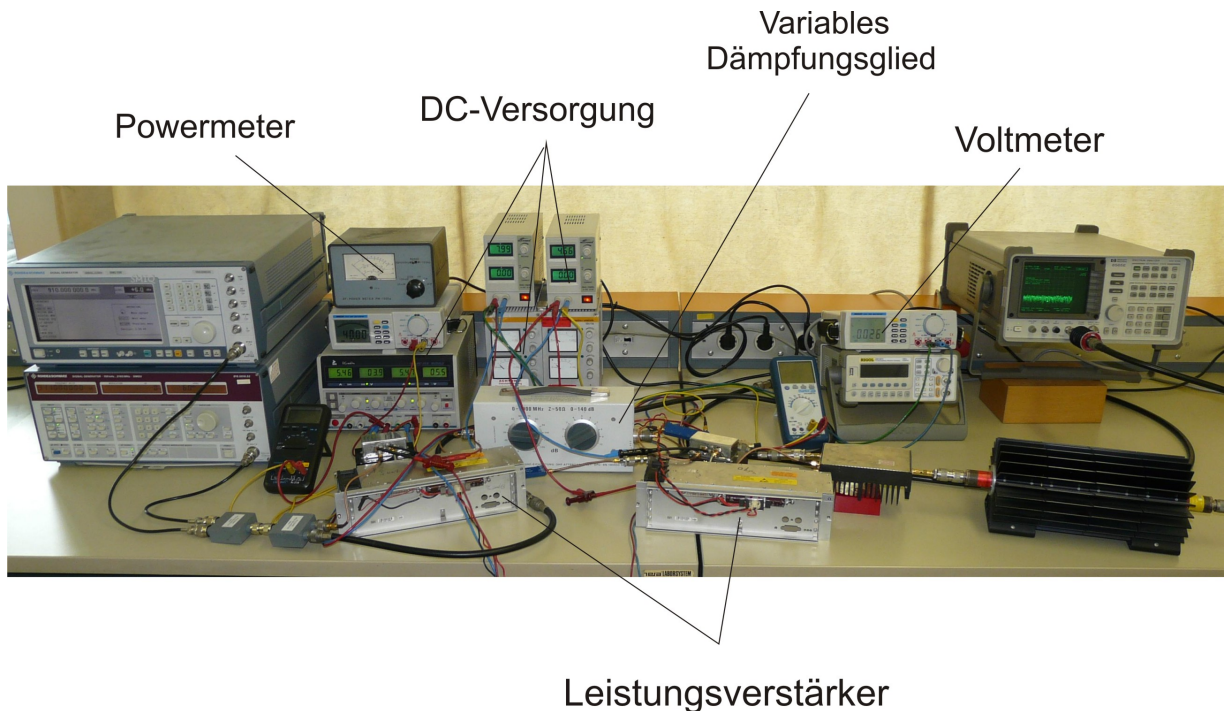


Abbildung 4.7: Aufgebauter Messplatz für die Gesamtesschaltung

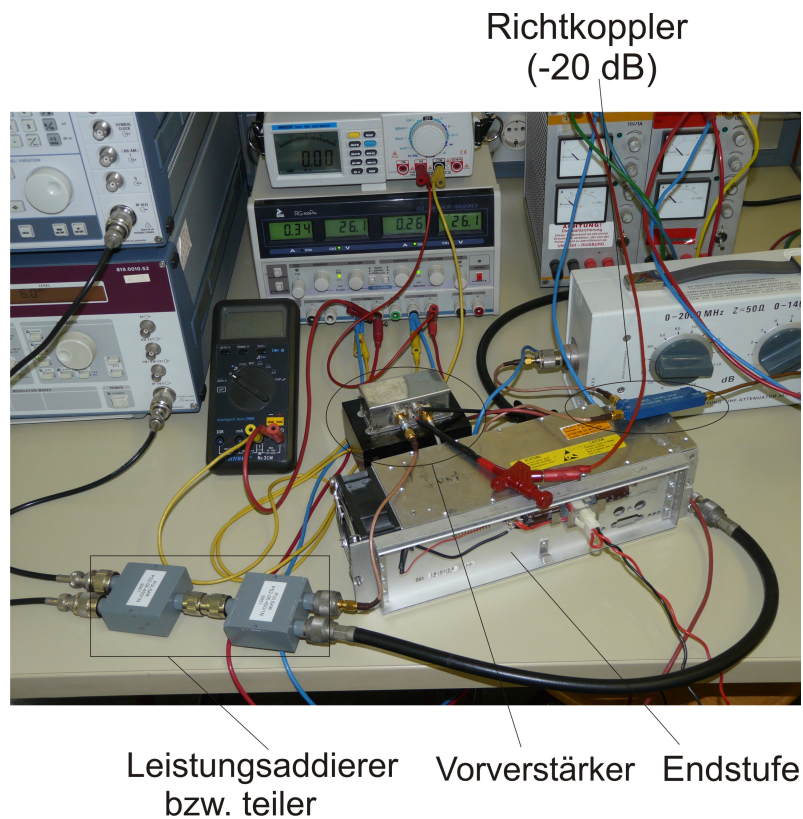


Abbildung 4.8: Detail-Bild des aufgebauten Messplatz

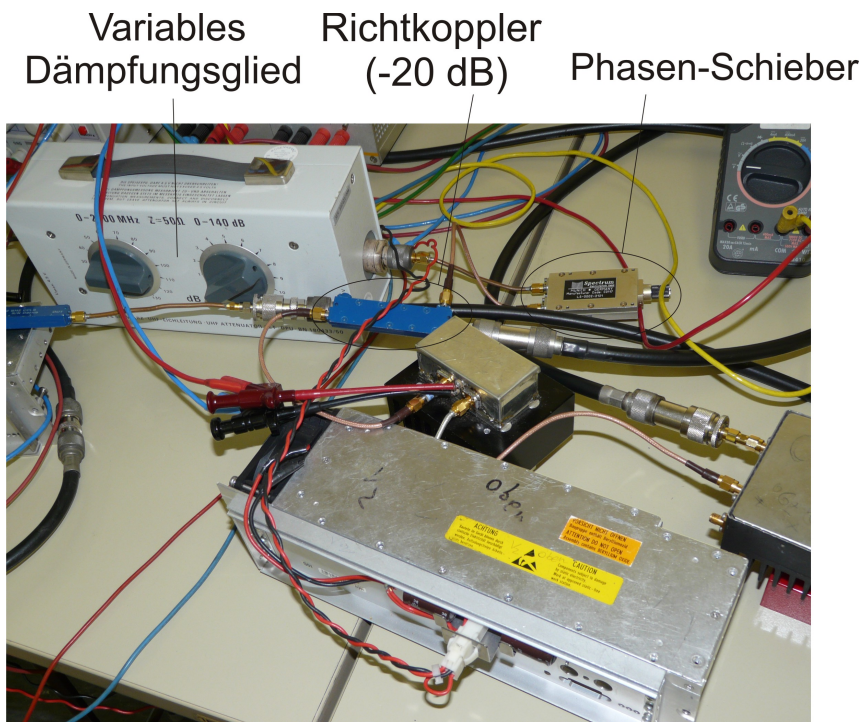


Abbildung 4.9: Detail-Bild des aufgebauten Messplatz



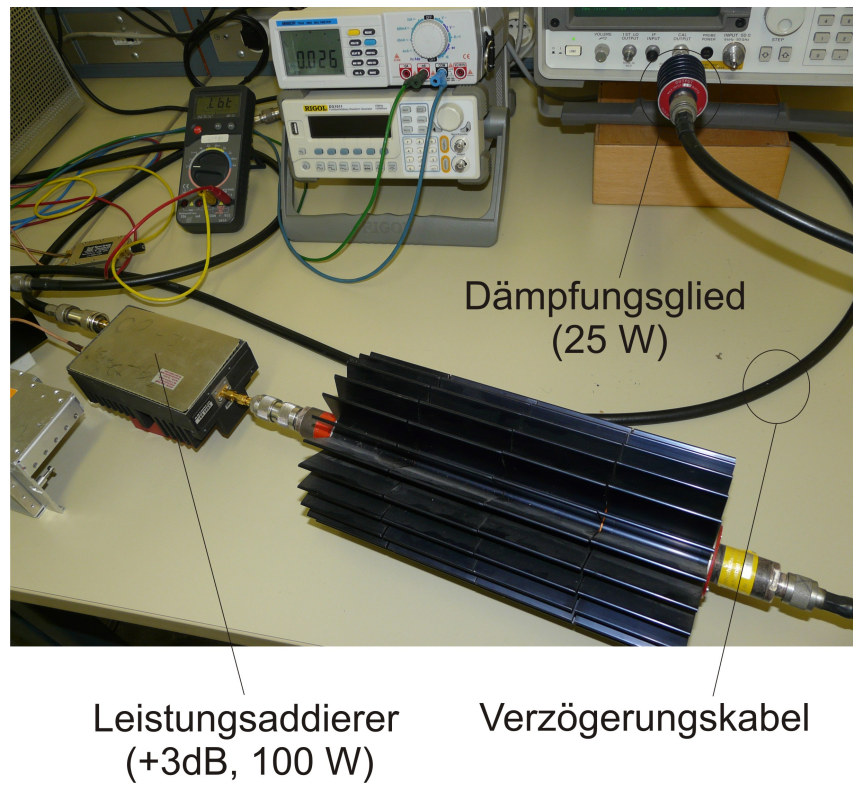


Abbildung 4.10: Detail-Bild des aufgebauten Messplatz

### 4.2.2 Simulation der gesamten Schaltung

In diesem Abschnitt sollen anhand einer Simulation theoretische Ergebnisse erarbeitet werden, die das Schaltungsverhalten nachbilden und erklärbar machen.

Das Simulationsverfahren wurde als Programm in MATLAB implementiert, wegen der größeren Flexibilität im Vergleich zu anderen Software-Lösungen. Andere Simulations-Programme wie ADS (Advance Design System) etc. haben erhebliche Einschränkungen für die Modellierung. Als Beispiel läge ADS nahe, da ideal zur Simulation von Hochfrequenz-Netzwerken durch Verwendung von Streuparameter; allerdings werden Verstärker in ADS nur mit ihren ersten und dritten Taylor-Koeffizienten ( $c_1$  und  $c_3$ ) beschrieben.

Nach der Einsetzung der gefundenen komplexen Taylor-Reihen als mathematische Modell für Leistungsverstärker A und B werden zwei sinusförmige Signale mit den Frequenzen  $f_1$  und  $f_2$  (Zweiton-Aussteuerung) am Eingang der Schaltung angenommen (siehe Abschnitt 2.3):

$$u_{in}(t) = \hat{u}_{in}(\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)) = \Re \{ \hat{u}_{in}(e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t}) \} \quad (4.2.3)$$

mit

$\Re$  als Realteil der komplexen Schreibweise

Die Eingangssignale des Leistungsverstärkers A sind dann bei Vernachlässigung der Phasenverschiebung zwischen Einspeisestelle und Verstärkereingang:

$$u_{in(1)}(t) = \Re \{ D_0 \hat{u}_{in}(e^{j\omega_1 t} + e^{j\omega_2 t}) \} = D_0 \hat{u}_{in}(\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)) \quad (4.2.4)$$

mit

$D_0$  als der Gesamt-Dämpfungsfaktor (Kabelverlust, Dämpfungsglied Signal-Kombinierer, Leistungsteiler usw.) des oberen Pfad vor dem Leistungsverstärker A

Am Eingang des Leistungsverstärkers B überlagern sich die Ausgangssignale des Leistungsverstärkers A, welche über die Richtkoppler A und B gelangen, mit den reinen Nutzsignalen über die Verzögerungsleitung B.

Die Eingangssignale an Leistungsverstärker B setzen sich daher aus Anteile bei den Nutzfrequenzen und den Frequenzen der harmonischen und der Intermodulationsprodukte zusammen.

Die Eingangssignale des Leistungsverstärkers B sind dann:

$$\begin{aligned}
 u_2(t) = & \Re \{ D_1 \hat{u}_{in} (e^{j\varphi_B} e^{j\omega_1 t} + e^{j\varphi_B} e^{j\omega_2 t}) \} \\
 & + \Re \{ k^2 e^{j2\varphi_k} \hat{u}_{in} (\underline{A}_{Nutz,1} e^{j\omega_1 t} + \underline{A}_{Nutz,2} e^{j\omega_2 t}) \} \\
 & + \Re \{ k^2 e^{j2\varphi_k} \hat{u}_{in} (\underline{A}_{3IMD} e^{j(2\omega_1 \pm \omega_2)t} + \underline{A}_{3IMD} e^{j(2\omega_2 \pm \omega_1)t}) \} \\
 & + \Re \{ k^2 e^{j2\varphi_k} \hat{u}_{in} (\underline{A}_{H3} e^{j3\omega_1 t} + \underline{A}_{H5} e^{j5\omega_1 t} + \dots) \} \\
 & + \Re \{ k^2 e^{j2\varphi_k} \hat{u}_{in} (\underline{A}_{5IMD} e^{j(3\omega_1 \pm 2\omega_2)t} + \underline{A}_{5IMD} e^{j(3\omega_2 \pm 2\omega_1)t} + \underline{A}_{5IMD,1} e^{j(4\omega_2 \pm 1\omega_1)t} + \dots) \} \\
 & + \Re \{ k^2 e^{j2\varphi_k} \hat{u}_{in} (\underline{A}_{7IMD} e^{j(4\omega_1 \pm 3\omega_2)t} + \underline{A}_{7IMD} e^{j(4\omega_2 \pm 3\omega_1)t} + \underline{A}_{7IMD,1} e^{j(5\omega_2 \pm 2\omega_1)t} + \dots) \} \\
 & + \Re \{ k^2 e^{j2\varphi_k} \hat{u}_{in} (\underline{A}_{9IMD} e^{j(5\omega_1 \pm 4\omega_2)t} + \underline{A}_{9IMD} e^{j(5\omega_2 \pm 4\omega_1)t} + \underline{A}_{9IMD,1} e^{j(8\omega_2 \pm 1\omega_1)t} + \dots) \} \\
 & + \dots
 \end{aligned} \tag{4.2.5}$$

mit

$D_1$  als der Gesamt-Dämpfungsfaktor (Kabelverlust, Dämpfungsglied Signal-Kombinierer, Leistungsteiler usw.) des unteren Pfad vor dem Richtkoppler B

$\varphi_k$  als Phase der Richtkoppler A bzw. B

$\varphi_B$  als relative Phasenverschiebung des Verzögerungskabels B bezogen auf den Eingang des Leistungsverstärkers A

$\underline{A}_{Nutz,1}$  als komplexe Amplitude der Grundwelle (Nutzsignal) bei  $\omega_1$  am Ausgang von Leistungsverstärker A

$\underline{A}_{Nutz,2}$  als komplexe Amplitude der Grundwelle (Nutzsignal) bei  $\omega_2$  am Ausgang von Leistungsverstärker A



- $\underline{A}_{H3}$  als komplexe Amplitude der zweiten Oberwelle bei  $3\omega_1, 3\omega_2$   
 $\underline{A}_{H5}$  als komplexe Amplitude der vierten Oberwelle bei  $5\omega_1, 5\omega_2$   
 $\underline{A}_{3IMD}$  als komplexe Amplitude der Intermodulationsprodukte der dritten Ordnung  
(sog. in- und außer-Band) bei  $2\omega_1 \pm \omega_2, 2\omega_2 \pm \omega_1$   
 $\underline{A}_{5IMD}$  als komplexe Amplitude der Intermodulationsprodukte der fünften Ordnung  
(sog. in- und außer-Band) bei  $3\omega_1 \pm 2\omega_2, 3\omega_2 \pm 2\omega_1$   
 $\underline{A}_{5IMD,1}$  als komplexe Amplitude der Mischprodukte der fünften Ordnung  
(sog. Summen- und Differenz-Frequenz) bei  $4\omega_1 \pm \omega_2, 4\omega_2 \pm \omega_1$   
 $\underline{A}_{7IMD}$  als komplexe Amplitude der Intermodulationsprodukte der siebten Ordnung  
(sog. in- und außer-Band) bei  $4\omega_1 \pm 3\omega_2, 4\omega_2 \pm 3\omega_1$   
 $\underline{A}_{7IMD,1}$  als komplexe Amplitude der Mischprodukte der siebten Ordnung  
(sog. Summen- und Differenz-Frequenz) bei  $6\omega_1 \pm \omega_2, 6\omega_2 \pm \omega_1$   
 $\underline{A}_{9IMD}$  als komplexe Amplitude der Intermodulationsprodukte der neunten Ordnung  
(sog. in- und außer-Band) bei  $5\omega_1 \pm 4\omega_2, 5\omega_2 \pm 4\omega_1$   
 $\underline{A}_{9IMD,1}$  als komplexe Amplitude der Mischprodukte der neunten Ordnung  
(sog. Summen- und Differenz-Frequenz) bei  $8\omega_1 \pm 1\omega_2, 8\omega_2 \pm 1\omega_1$

oder mit Betrag und Phase der komplexen Amplituden am Ausgang von Leistungsverstärker A:

$$\begin{aligned}
 u_2(t) = & \Re \{ D_1 \hat{u}_{in} (e^{j(\omega_1 t + \varphi_B)} + e^{j(\omega_2 t + \varphi_B)}) \} \\
 & + \Re \{ k^2 \hat{u}_{in} a_{Nutz,1} e^{j(\omega_1 t + \varphi_{Nutz,1} + 2\varphi_k)} \} + \Re \{ k^2 \hat{u}_{in} a_{Nutz,2} e^{j(\omega_2 t + \varphi_{Nutz,2} + 2\varphi_k)} \} \\
 & + \Re \{ k^2 \hat{u}_{in} a_{3IMD} e^{j(2\omega_1 t \pm \omega_2 t + \varphi_{3IMD} + 2\varphi_k)} + k^2 \hat{u}_{in} a_{3IMD} e^{j(2\omega_2 t \pm \omega_1 t + \varphi_{3IMD} + 2\varphi_k)} \} \\
 & + \Re \{ k^2 \hat{u}_{in} a_{H3} e^{j(3\omega_1 t + \varphi_{H3} + 2\varphi_k)} + k^2 a_{H5} \hat{u}_{in} e^{j(5\omega_1 t + \varphi_{H5} + 2\varphi_k)} + \dots \} \\
 & + \Re \{ k^2 \hat{u}_{in} a_{5IMD} e^{j(3\omega_1 t \pm 2\omega_2 t + \varphi_{5IMD} + 2\varphi_k)} + k^2 \hat{u}_{in} a_{5IMD} e^{j(3\omega_2 t \pm 2\omega_1 t + \varphi_{5IMD} + 2\varphi_k)} + \dots \} \\
 & + \Re \{ k^2 \hat{u}_{in} a_{7IMD} e^{j(4\omega_1 t \pm 3\omega_2 t + \varphi_{7IMD} + 2\varphi_k)} + k^2 \hat{u}_{in} a_{7IMD} e^{j(4\omega_2 t \pm 3\omega_1 t + \varphi_{7IMD} + 2\varphi_k)} + \dots \} \\
 & + \Re \{ k^2 \hat{u}_{in} a_{9IMD} e^{j(5\omega_1 t \pm 4\omega_2 t + \varphi_{9IMD} + 2\varphi_k)} + k^2 \hat{u}_{in} a_{9IMD} e^{j(5\omega_2 t \pm 4\omega_1 t + \varphi_{9IMD} + 2\varphi_k)} + \dots \} \\
 & + \dots
 \end{aligned} \tag{4.2.6}$$

und in reeller Schreibweise:

$$\begin{aligned}
 u_2(t) = & D_1 \hat{u}_{in} (\cos(\omega_1 t + \varphi_B) + \cos(\omega_2 t + \varphi_B)) \\
 & + k^2 \hat{u}_{in} [a_{Nutz,1} \cos(\omega_1 t + \varphi_{Nutz,1} + 2\varphi_k) + a_{Nutz,2} \cos(\omega_2 t + \varphi_{Nutz,2} + 2\varphi_k) + \dots] \\
 & + k^2 \hat{u}_{in} [a_{3IMD} \cos(2\omega_1 t \pm \omega_2 t + \varphi_{3IMD} + 2\varphi_k) + a_{3IMD} \cos(2\omega_2 t \pm \omega_1 t + \varphi_{3IMD} + 2\varphi_k) + \dots] \\
 & + k^2 \hat{u}_{in} [a_{H3} \cos(3\omega_1 t + \varphi_{3\omega_1} + 2\varphi_k) + a_{H5} \cos(5\omega_1 t + \varphi_{5\omega_1} + 2\varphi_k) + \dots] \\
 & + k^2 \hat{u}_{in} [a_{5IMD} \cos(3\omega_1 t \pm 2\omega_2 t + \varphi_{5IMD} + 2\varphi_k) + a_{5IMD} \cos(3\omega_2 t \pm 2\omega_1 t + \varphi_{5IMD} + 2\varphi_k) + \dots] \\
 & + k^2 \hat{u}_{in} [a_{7IMD} \cos(4\omega_1 t \pm 3\omega_2 t + \varphi_{7IMD} + 2\varphi_k) + a_{7IMD} \cos(4\omega_2 t \pm 3\omega_1 t + \varphi_{7IMD} + 2\varphi_k) + \dots] \\
 & + k^2 \hat{u}_{in} [a_{9IMD} \cos(5\omega_1 t \pm 4\omega_2 t + \varphi_{9IMD} + 2\varphi_k) + a_{9IMD} \cos(5\omega_2 t \pm 4\omega_1 t + \varphi_{9IMD} + 2\varphi_k) + \dots] \\
 & + \dots
 \end{aligned} \tag{4.2.7}$$

Die gesamte Anzahl der erzeugten Ausgangssignale des Leistungsverstärkers A, die hier in Betrag und Phase zerlegt wurden, beträgt 98 für 7 komplexe Taylor-Koeffizienten bzw. mit N=13 als Ordnung der komplexe Taylor-Reihe (siehe Anhang A.2).

Schon mit diesen Eingangssignalen ist die Verwendung einer analytischen Lösung für den Leistungsverstärker B sehr aufwendig: Die Berechnung der Ausgangssignale des Leistungsverstärkers B durch Potenzierung jedes Eingangs-Terms (bis Potenz 13) im Zeitbereich oder die Berechnung des Fourier-Integrals für den Leistungsverstärker B bis Potenz 13 im Frequenzbereich ist in MATLAB oder MAPLE wegen einer sehr langen Rechenzeit unpraktikabel.

Daher wurde ein diskretes numerisches Verfahren gewählt in dem zunächst die Zeitfunktion des Ausgangssignals zu diskreten Zeitpunkten bestimmt wird und diese Stützwerte zur Berechnung des diskreten Frequenzspektrums eingesetzt werden. Aus dem resultierenden Spektrum werden dann nur die gesuchten Frequenzanteile  $f_1$ ,  $f_2$ ,  $2f_1 - f_2$ ,  $2f_2 - f_1$  der Nutzsignale und 3IMD-Produkte zur Weiterverarbeitung ausgewählt.

Dazu wurde die Funktion `fft()` (Fast Fourier Transform) bzw. `fftshift()` [(Dis07)] in MATLAB verwendet, die auf DFT (Discrete Fourier Transform) zurückgeführt wird. Zur Durchführung des Programms wurden die beiden Frequenzen  $f_1=910$  MHz und  $f_2=911$  MHz (GSM-Frequenzbereich) mit variablen Eingangspegeln verwendet. Ebenso wurde eine konstante Abtastfrequenz  $f_s$ , die das Nyquist Kriterium erfüllt ( $f_s \geq 2f_2$ ), im Programm verwendet.

Jede einzelne Baugruppe, wie der Richtkoppler, Leistungsteiler, Leistungsaddierer sowie Dämpfungsglied wurde im Simulationsprogramm bezüglich ihrer Streuparameter (S-Parameter) charakterisiert, wie im Signalflußdiagramm in der Abbildung 4.11 dargestellt wurde.

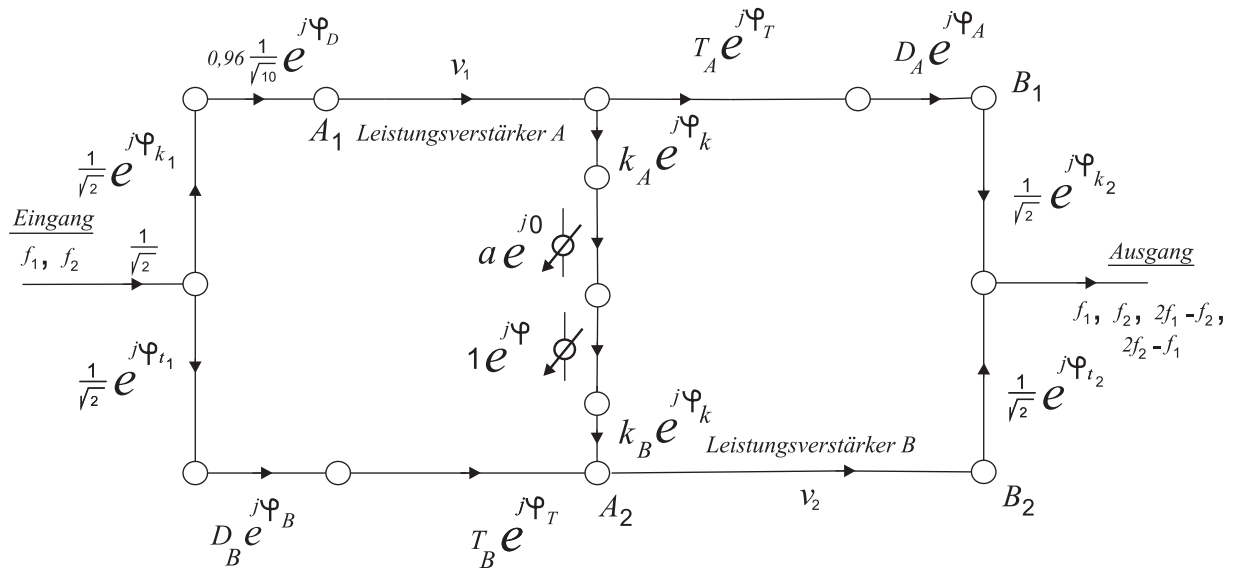


Abbildung 4.11: Signalflussdiagramm

Es wurde keine komplette Streumatrix verwendet, sondern nur der Transmissionsparameter  $s_{21}$  als konstanter komplexer Wert für alle Frequenzen benutzt; es wurden keine Reflexionen  $s_{11}$ ,  $s_{22}$  bzw. keine stehenden Wellen berücksichtigt (Hier wird angenommen, dass der Reflexionskoeffizient der Bauelemente vernachlässigbar klein ist bzw. stehende Welle zwischen den Bauelementen durch gute Anpassung des selben Bauelements oder durch gute Anpassung der anderen Bauelemente beseitigt wird).

Ebenso wurde für beide Leistungsverstärker die im Kapitel 3 gefundenen komplexen Taylor-Reihen im Simulationsprogramm eingesetzt, die im Signalflussdiagramm durch  $\nu$  (Verstärkung) repräsentiert wird. Für beide Leistungsverstärker A und B wurde das Modell mit Eingangspegelbereich bis -11 dBm Input Power bei Zweitonaussteuerung gewählt (Abschnitt 3.3.2).

Der Koppelpfad vom Ausgang des Verstärkers A zum Eingang des Verstärkers B (Punkt  $A_2$ ) wurde der Einfachheit halber nur durch die Koppelfaktoren der beiden Koppler A und B beschrieben und durch die Einfügungsdämpfung  $a$  des Dämpfungsgliedes, so dass der Kopplungsfaktor  $k^2$  unserer Schleifenbedingung durch das Produkt gebildet wird:  $k^2 = |k_A| \cdot |k_B| \cdot a \cdot e^{j180^\circ} = -0,01 \cdot a$ . Die Phasenverschiebung des Phasen-Schiebers wird dagegen mit der Phasenverschiebung des Verzögerungskabels B zusammengelegt, wobei die variable Phase  $\varphi_B$  entsteht.

Das Vorgehen bei der Einstellung der ersten Schleife war wie folgt: Zunächst wurde eine Eingangsleistung  $P_{in}$  der Nutzsignale festgelegt für die die Schaltung bzgl. der Unterdrückung der 3IMD-Produkt optimiert werden sollte (Nullstelle). Aus  $P_{in}$  ergibt sich durch Abzug von ca. 16,35 dB die Eingangsleistung am Leistungsverstärker A die verwendet wurde um die komplexe Verstärkung  $\underline{\nu}_1$  bei dieser gegebenen Aussteuerung mit Hilfe der komplexen Taylor-Reihe zu berechnen. Mit  $\underline{\nu}_1$  kann aus der Schleifenbedingung  $\underline{k}^2 \cdot \underline{\nu} = 2$  bzw.  $\underline{k}^2 \cdot \underline{\nu} = 1,74$  (wegen der zusätzliche Dämpfung im unteren Pfad) der benötigte komplexe Kopplungsfaktor  $\underline{k}$  bestimmt werden. Dann wird aus dem Betrag die benötigte Dämpfung  $a$  bestimmt und die Phase der Verzögerungsleitung als  $\varphi_B$  zugewiesen. Mit diesen Zuweisungen werden die Eingangspegel der beiden Leistungsverstärker A und B nur etwa gleich groß.

Allerdings hätte das vom Leistungsverstärker A stammende Intermodulationssignal genau die richtige Größe um die Kompensationsbedingung zu erfüllen, allerdings unter der Voraussetzung, dass die Nutzsignalaussteuerung von Leistungsverstärker B in voller Höhe gegeben wäre; mit kleinerer Aussteuerung ergibt sich allerdings auch ein kleinerer Intermodulationsbeitrag des Leistungsverstärkers B, der zusammen mit dem aus Leistungsverstärker A (ebenfalls noch durch die Dämpfung der Verzögerungsleitung A verkleinert) kompensiert werden soll (siehe Kapitel 2.3).

Es ist also nötig, die Einstellung der ersten Schleife zu kleinerem Kopplungsfaktor  $k^2$  zu verschieben um die Nutzsignal-Amplitude wieder anzuheben und gleichzeitig die dem Leistungsverstärker B zugeführte Intermodulationsleistung des Leistungsverstärkers A abzusenken, so dass die vom Konzept vorgesehene Kompensation der Intermodulationsanteile möglich wird. Dabei ist allerdings (auch theoretisch) keine gleichzeitige perfekte Addition der Nutzleistungen verbunden, da der Leistungsverstärker B immer noch weniger Nutzleistung an den Leistungsaddierer liefert als Leistungsverstärker A.

Die endgültige Einstellung der Schaltung auf Auslöschung der 3IMD-Produkte am Leistungsaddierer für den anfangs festgelegten Eingangspegel verlangt, dass das Verzögerungskabel A durch seine Dämpfung von ebenfalls etwa 1,6 dB im Modell repräsentiert wird wie auch, dass seine Phasenverschiebung  $\varphi_A$  zur Kompensation der Transmissionsphase des unteren Leistungsverstärkers B eingestellt wird.

Das Vorgehen bei der Einstellung der zweiten Schleife war wie folgt: Aus der gewählten Eingangsleistung  $P_{in}$  ergibt sich durch Abzug von ca. 16,35 dB (der gleiche Arbeitspunkt wie Leistungsverstärker A) die Eingangsleistung am Leistungsverstärker B die verwendet wird um die komplexe Verstärkung  $\underline{\nu}_2$  bei dieser gegebenen Aussteuerung (die Verstärkung ist pegelabhängig) mit Hilfe der komplexen Taylor-Reihe zu berechnen. Die benötigte Phase des Verzögerungskabels  $\varphi_A$  wurde als die resultierende Phase der Verstärkung  $\underline{\nu}_2$  zur Kompensation der Transmissionsphase des Leistungsverstärkers B eingesetzt und später als Freiheitsgrad optimiert (aufgrund der Pegelabhängigkeit der Phase der Verstärkung). Ähnlich wie in der ersten Schleife die Einfügungsdämpfung der Verzögerungsleitung B die Schleifenbedingung beeinflusst wirkt sich die Einfügungsdämpfung der Verzögerungsleitung A in der zweiten Schleife aus: Bei etwa gleichen Amplituden der Nutzsignale an den Eingängen der beiden Leistungsverstärker werden etwa gleiche Ausgangsleistungen erzeugt, wobei allerdings am Leistungsaddierer der Pegel von Leistungsverstärker A um die Einfügungsdämpfung des Kabels A niedriger liegt als der Pegel aus Leistungsverstärker B. Es macht allerdings wenig Sinn den Leistungsverstärker B deswegen niedriger auszusteuern, da damit erheblich an Wirkungsgrad verloren würde. Wie später in diesem Kapitel gezeigt wird, muss ein Kompromiss eingestellt werden zwischen guter Absenkung der 3IMD-Produkte und der Leistungsausbeute bei den Nutzsignalen.

Ein Problem tritt im Modell (nicht im Experiment) auf: Bei hohen Eingangsleistungen oberhalb des 1-dB Kompressionspegels ( $P_{in} \approx +5$  dBm) stößt die gewählte komplexe Taylor-Reihe an die Grenze des Konvergenzbereichs; insbesondere das Modell des Leistungsverstärkers B divergiert schon bei Zweitonaussteuerung knapp unterhalb dieses Pegels und bei der Konzeptgemäß erhöhten Aussteuerung durch die zusätzlichen Intermodulationsanteile an seinem Eingang divergiert das Taylor-Reihenmodell sogar noch früher. Daher wurde als höchste Aussteuerung im Modell wie im Experiment der Eingangspegel von +3 dBm gewählt, wo die Verstärker-Modelle gerade noch gültige Ergebnisse liefern und eine Einstellung der Schaltung (auch im Modell) auf Unterdrückung der 3IMD-Produkte (Nullstelle) noch gelingt. Steuert man bei dieser Einstellung die Schaltung im Modell weiter aus ( $P_{in} > +3$  dBm), divergiert zunächst das Modell des unteren Leistungsverstärkers B und darauf das Modell des oberen Leistungsverstärkers A.

Dahingegen kann die Unterdrückung bei tieferen Eingangspegeln ohne weiteres im Modell eingestellt werden und das Verhalten der Schaltung zu tieferen und höheren Eingangspegeln hin ohne Probleme dargestellt werden.

Zunächst wird die Schaltungseinstellung für  $P_{in} = +3$  dBm diskutiert für die auch experimentelle Ergebnisse zum Vergleich herangezogen werden können.

Nach der oben dargelegten Vorgehensweise wurde zunächst der ungefähre Wert des Koppelungsfaktors  $k^2$  bestimmt und die Dämpfung  $a$  und Phase  $\varphi_B$  eingestellt.

Dazu wurde der Verlauf des Verstärkungsbetrags über Eingangspegel betrachtet. In der Abbildung 4.12 und 4.13 sind die Berechnungsergebnisse der erstellten Modellen den Messergebnissen der beiden Leistungsverstärker A und B für den Verstärkungsbetrag bei Ein- und Zweitonaussteuerung gegenübergestellt.

Man sieht in beiden Abbildungen einen niedrigeren 1-dB Kompressionspunkt und Sättigungsverlauf für die Zweitonaussteuerung aufgrund der Schwebung der zwei Nutzsignale ( $\omega_1$  und  $\omega_2$ ) im Gegensatz zu einem um ca. 5 dB höheren 1-dB Kompressionspunkt und Sättigungsverlauf für die Eintonaussteuerung.

Für den gewählten Eingangspegel  $P_{in} = +3$  dBm am Bezugspunkt ergibt sich die Eingangsleistung jedes Leistungsverstärkers für den Fall Zweitonaussteuerung, gefunden durch Abzug der Dämpfung von 16,35 dB vor dem Leistungsverstärker A, d. h.  $+3$  dBm - 16,35 dB = -13,35 dBm. Der Verstärkungsbetrag für diese Pegel kann danach aus der Abbildung 4.12 (für Leistungsverstärker A) bzw. Abbildung 4.13 (für Leistungsverstärker B) abgelesen werden (aus dem Modell-Verlauf der Zweitonaussteuerung).

Die gesuchte Phasen-Verschiebung bzw. Transmissionsphase jedes Leistungsverstärkers (zum Einsatz im Verzögerungskabel A bzw. B) wurde aus dem Phasengang des Modells bei der Zweitonaussteuerung abgelesen (Abbildung 4.14) und als eine feste Phase in jedem Verzögerungskabel für den gewählten Eingangspegel eingesetzt. Achtung: Die Messung des Phasengangs für die Zweitonaussteuerung war in der Praxis (Spektrum-Analysator) nicht möglich.

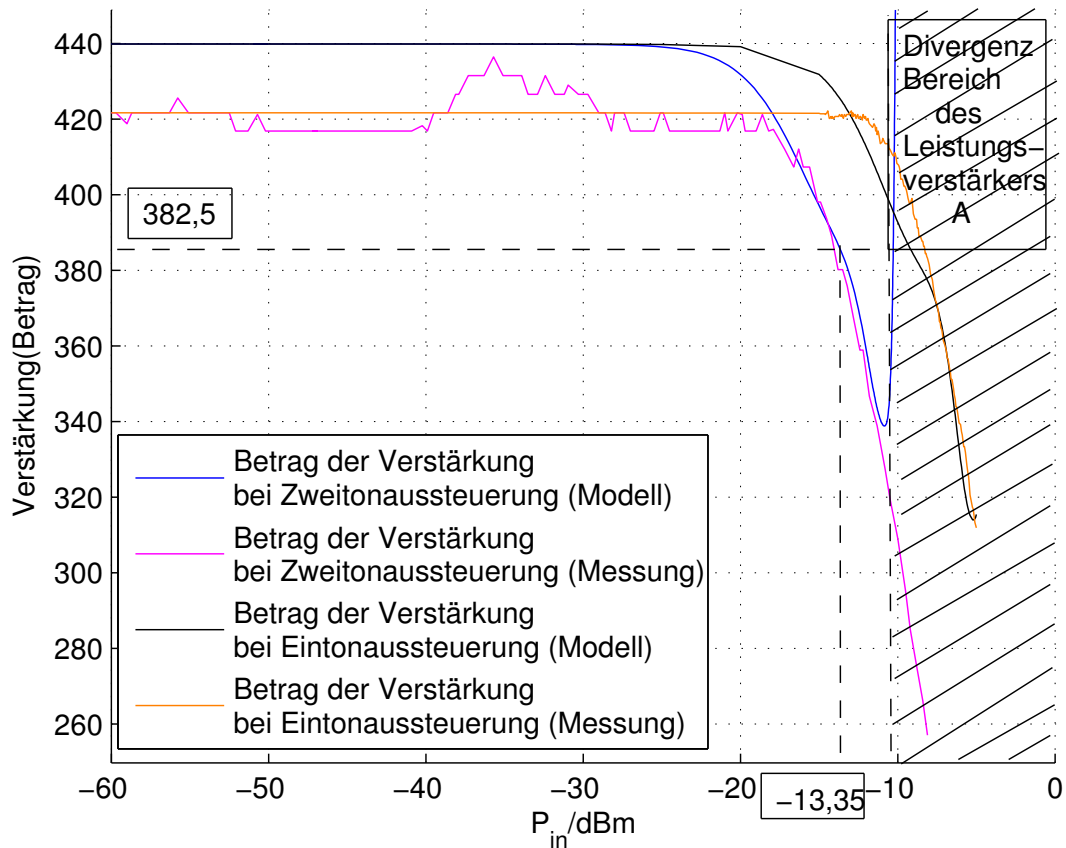


Abbildung 4.12: Vergleich von Messung und Modellierung des Verstärkungsbetragsverlaufs des Leistungsverstärkers A für Ein- und Zweitonaussteuerung

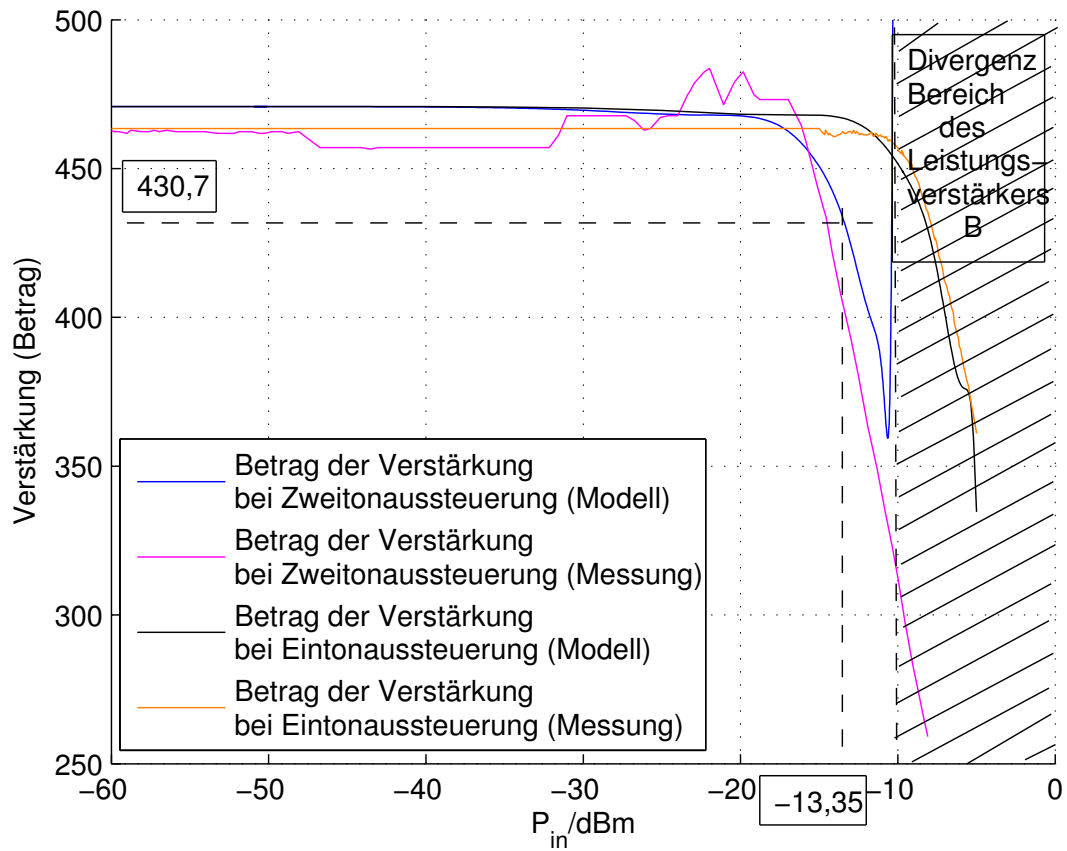


Abbildung 4.13: Vergleich von Messung und Modellierung des Verstärkungsbetragsverlaufs des Leistungsverstärkers B für Ein- und Zweitonaussteuerung

Im Simulationsprogramm wurde statt Signal- Kombinerer für die Frequenzen  $f_1$  und  $f_2$  gleich ein Eingangssignal mit den zwei Tönen bei  $f_1$  und  $f_2$  verwendet und die im Experiment vorhandene Dämpfung von 3 dB des Signalkombinierers berücksichtigt.

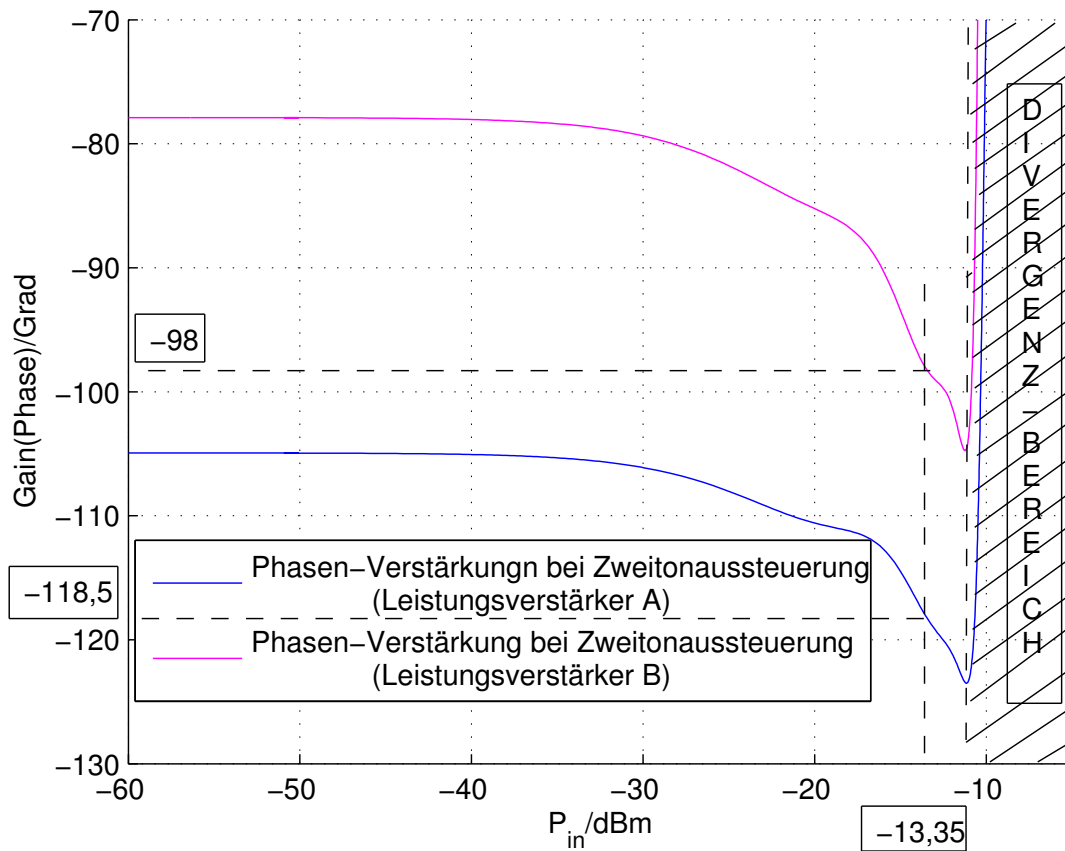


Abbildung 4.14: Modellierung des Phasengangs des Leistungsverstärkers A bzw. B bei der Zweitonaussteuerung

Zur Kontrolle der richtigen Einstellung der beiden Schleifen wurden die Signale in den Punkten  $A_1$  und  $A_2$  bzw.  $B_1$  und  $B_2$  (Abbildung 4.6) betrachtet. Wie aus dem Theorie im Kapitel 2 hergeleitet wird, müssen beide Nutzsignale vor dem Leistungsverstärker A und B (Punkt  $A_1$  und  $A_2$ ) die gleiche Amplitude haben. Theoretisch sollen ebenso die beide  $3IMD$ -Produkte im Punkt  $B_1$  und  $B_2$  betragsmäßig gleich sein.

Zum weiteren Verständnis der Verhältnisse am Eingang des Leistungsverstärkers B wurde in der Abbildung 4.15 der Verlauf der Spitzenamplitude der Schwebung aus den beiden Nutzsignalen und den  $IMD$ -Produkten sowie die Verläufe der Schwebung der Intermodulationsprodukte allein und die Verläufe der Schwebung der beiden Nutzsignale allein dargestellt (Amplituden normiert auf die Spitzenamplitude der Schwebung vor Leistungsverstärker A). Bei Leistungsverstärker A besteht Schwebung aus den beiden Nutzsignalen, während die Schwebung bei Leistungsverstärker B noch die zusätzlichen Intermodulationsanteile enthält.



Ausgehend von der oben erläuterten Einstellung der Schaltung ist die Amplitude der Nutzsignal-Schwebung am Leistungsverstärker B etwa gleich der Amplitude der Schwebung am Leistungsverstärker A bei der gewählten Eingangsleistung von  $P_{in} = +3$  dBm. Mit steigender Eingangsleistung steigt die Amplitude der *3IMD*-Produkte des Leistungsverstärkers A (im logarithmischen Maßstab der Leistungen etwa mit 3:1 -Steigung); durch die geschlossene erste Schleife erscheinen diese Produkte vor dem Leistungsverstärker B (rote Kurve) und überlagern sich mit den Schwingungen der Nutzsignale um die resultierende Mehrfach-Schwebung der Signal-Gesamtheit (schwarze Kurve) zu ergeben.

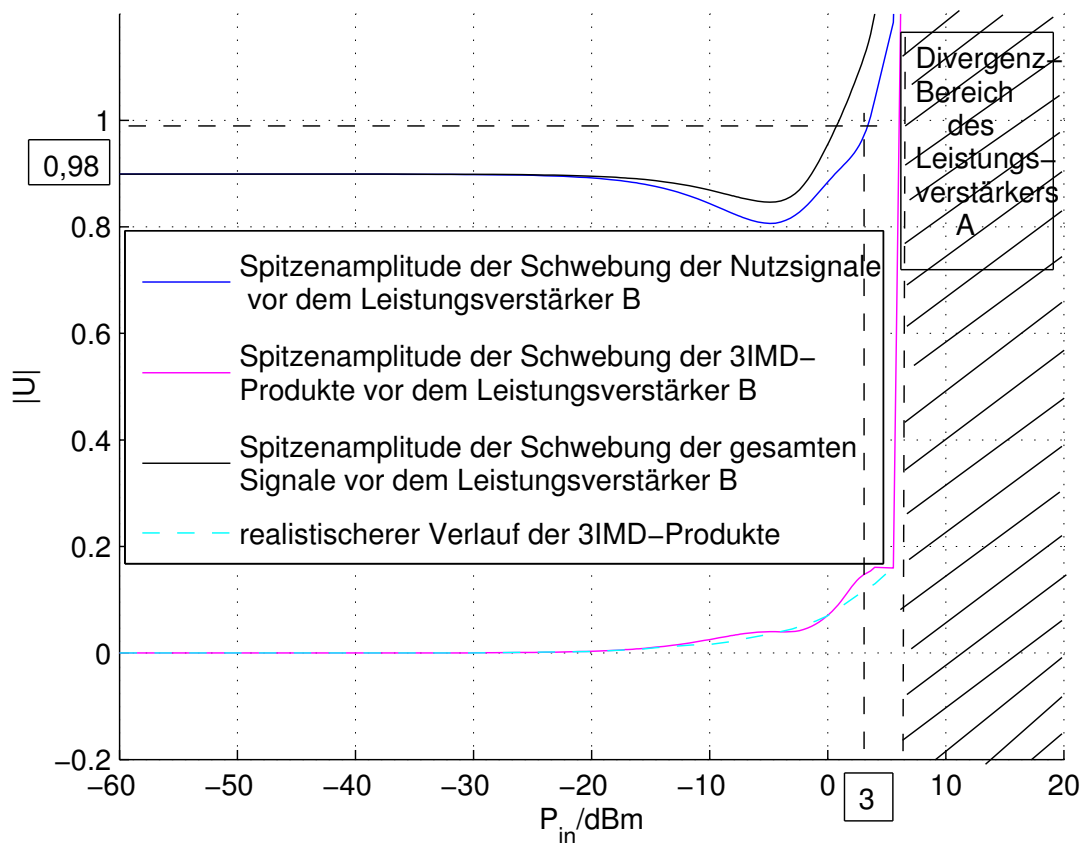


Abbildung 4.15: Auf die Schwebungsamplitude der Nutzsignale vor dem Verstärker A bezogener Amplitudenbetrag der Schwebungen der Nutzsignale und *3IMD*-Produkte vor dem Leistungsverstärker B, eingestellt für  $P_{in} = +3$  dBm

Die Ergebnisse in der Abbildungen 4.15 weisen mehrere Besonderheiten auf:

(a) Der Verlauf der *3IMD*-Produkte weist eine deutliche Welligkeit auf im Anstieg der Amplitude mit steigender Eingangsleistung. Diese Welligkeit entspricht den Schwankungen in der Darstellung der *3IMD*-Produkte auf der Basis des berechneten Modells, siehe Abbildung 3.13.

Eine realistischerer Verlauf kann durch die gestrichelte Ausgleichkurve erzielt werden; allerdings wird im Weiteren stringent nur die Modellfunktion (auch für die Amplituden Nutzsignale) verwendet unter Inkaufnahme der störenden Welligkeit in den Funktionsverläufen.

(b) Ausgehend von der Eingangsleistung  $P_{in} = +3$  dBm steigt sowohl der *3IMD*-Pegel als auch der relative Pegel der Nutzsignale und der Pegel der Signal-Gesamtheit weiter an; allerdings nur bis zu einen Eingangs-Pegel von etwa  $+5$  dBm, ab dem das Modell des Leistungsverstärker A divergiert und alle Signalanteile Sprunghaft ansteigen lässt - dieser Bereich der Simulation ist ungültig.

(c) Unterhalb der Eingangsleistung  $P_{in} = +3$  dBm fällt die relative Amplitude der Nutzsignal-Schwebung zunächst bis auf 80% ab um sich bei kleinen Eingangspegeln wieder auf eine Höhe von 90% einzustellen. Dieses Verhalten charakterisiert eine wesentliche Eigenschaft der ersten Schleife des *FF*-Verstärkers: Bei hoher Aussteuerung geht der Leistungsverstärker A in den Sättigungsbereich mit der Folge, dass die Verstärkung abnimmt und eine Phasenverschiebung eintritt. Bei der gegenwärtigen Einstellung der ersten Schleife sind diese Veränderungen berücksichtigt für den gewählten Eingangspegel  $P_{in} = +3$  dBm. Für Pegel darunter steigt daher die Verstärkung bis zur „Kleinsignal“-Verstärkung an und die Phase der Verstärkung läuft zurück auf die entsprechende Phase bei Kleinsignal-Aussteuerung. Diese Veränderung bilden sich ab in der Überlagerung (Differenzbildung) der beiden Signalanteile am Koppler B: Resultieren etwa gleich große Nutzsignale an den beiden Verstärkereingängen aus der Schleifenbedingung bei der eingestellten Eingangsleistung, so fällt  $s_{B1}$  (Gl. 2.2.3) am Leistungsverstärker B wenn  $\nu$  größer wird und in der Phase dreht. Das „Durchsacken“ des Pegels zwischen  $-12$  dBm und  $-6$  dBm ist insbesondere auf die Phasenverschiebung zurückzuführen.

Mit den beschriebenen Einstellungen der beiden Schleifen auf  $P_{in} = +3$  dBm wurde die Gesamtschaltung simuliert. Das Endergebnis des Simulationsmodells ist in der Abbildung 4.16 dargestellt.

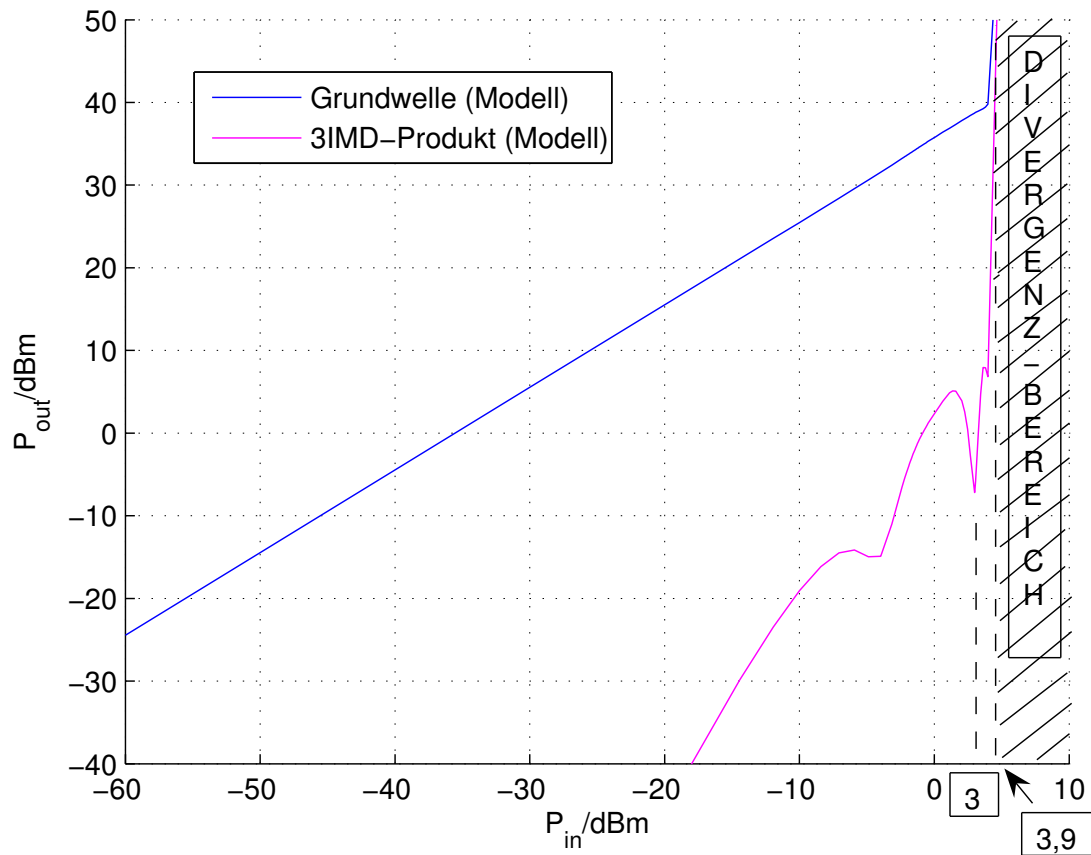


Abbildung 4.16: Simulation-Ergebnis der gesamten Schaltung bei Schleifenabstimmung auf den Eingangspegel  $P_{\text{in}} \approx +3$  dBm

Zum bessere Verständnis werden die Ergebnisse des Simulationsmodells mit den Messwerten im nächsten Abschnitt verglichen und ihre Abweichungen diskutiert.

### 4.2.3 Ergebnisse von Messung und Simulation

Die Meß- und Simulations-Ergebnisse der gesamten Schaltung für Intermodulationskompensation bei einem großen Eingangspegel ( $P_{in}=+3$  dBm) sind in der Abbildung 4.17 dargestellt, die ebenso den Vergleich mit dem einfachen Power Combiner zeigt. Die Charakteristik der einfachen Power Combiner-Schaltung wurde berechnet indem für beide Leistungsverstärker das Modell des Leistungsverstärkers A angenommen wurde und indem die auf der Ordinate angegebenen Eingangsleistungen  $P_{in}$  um 11,5 dB (der Verstärkungsunterschied, siehe unten) reduziert wurden um für eine gleiche Aussteuerung zu sorgen wie in den Leistungsverstärkern im  $FF$ - Power Combiner.

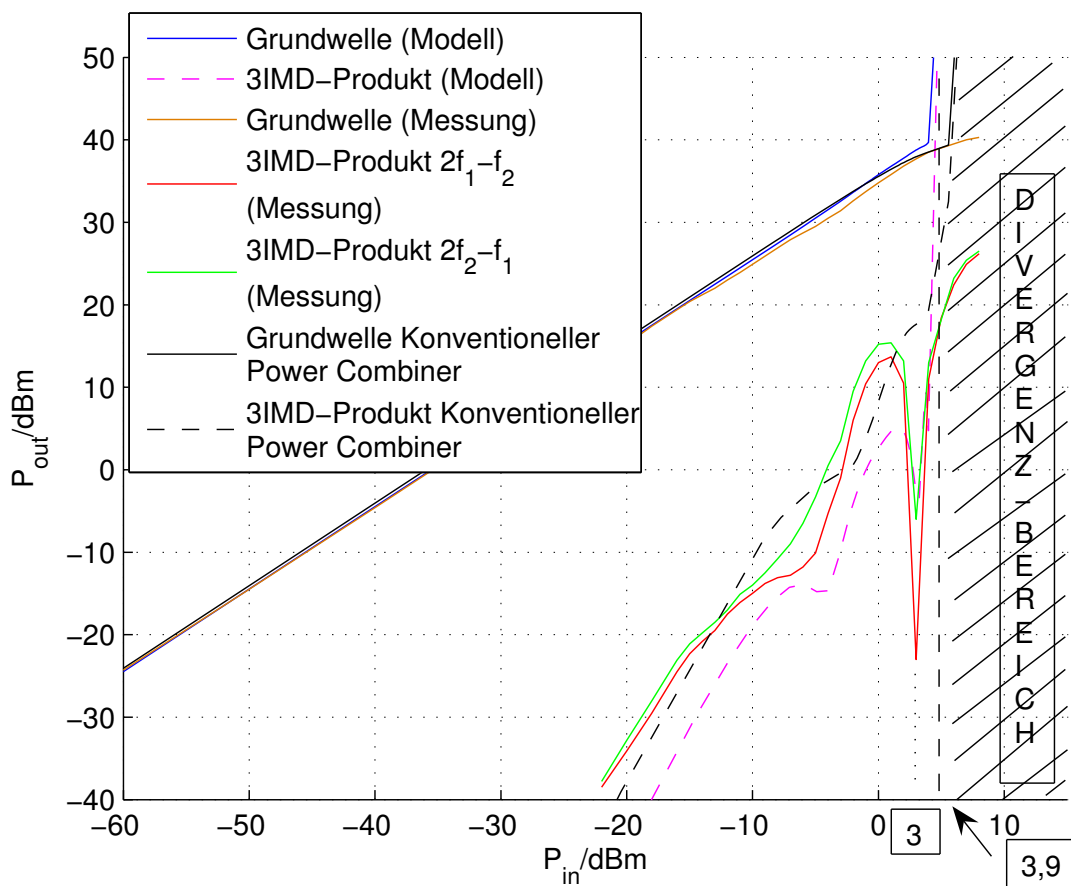


Abbildung 4.17: Meß- und Simulation-Ergebnis der gesamten Schaltung mit 3IMD-Pegeln für beide Lagen sowie Simulationsergebnis für den konventionellen Power Combiner

Die erreichbare praktische Ausgangsleistung der Schaltung beträgt ca. 41 dBm.

Die Verstärkung der gesamten Schaltung beträgt ca. 36,5 dB, die erwartungsgemäß ca. 14,5 dB kleiner ist als die jedes einzelnen Leistungsverstärkers. Eine Verringerung von 3 dB entsteht wegen des Einsatzes eines Signal-Kombinierers (3 dB) zum Aufbau der Zweiton-Aussteuerung am Eingang der Schaltung. Ebenso verringert sich die Verstärkung um ca. 1,6 dB wegen der Dämpfung des Verzögerungskabels (und Verbindungskabel) und um 10 dB wegen des 1:3 Eingangsteilers.

Ohne eine eigene Ausschnitts-Darstellung für den Verlauf der Grundwelle kann man doch aus den Bildern 4.16 und 4.17 erkennen, daß die "Linearisierung" der Übertragungscharakteristik bis zur 1 dB- Kompression der Einzelleistungsverstärker gelingt (bis knapp oberhalb +3 dBm für  $P_{in}$ ), da deutlich erkennbar die Übertragungscharakteristik bis dahin gerade verläuft ohne den "Kompressionsknick" der Einzelleistungsverstärker.

Wenn man die Ergebnisse von Messung und Modell-Simulation für die 3IMD-Produkte vergleicht, sieht man einige Unterschiede, die nachfolgend diskutiert werden.

Die unterschiedliche Höhe der Unterdrückung der beiden 3IMD-Produkte im tiefen Minimum (sog. Nullstelle) bei der Messung wurde bereits in Abschnitt 3.1.1 erläutert.

Für ganz kleine Eingangspegel gibt die Simulation bei der gewählten Schleifenabstimmung nur wenig Verbesserung der 3IMD-Produkte im Vergleich mit dem normalen parallelen Leistungsaddierer. Nachfolgend wird noch eine deutliche Verbesserung der 3IMD-Produkte gegen normale parallele Leistungskombination gezeigt, wenn die Schleifen- Bedingungen für kleine Eingangspegel erfüllt wurden.

Für den Bereich vor der sog. Nullstelle stimmen die 3IMD-Verläufe für Modell und Messung nicht ganz überein. Die schwingungsförmige Amplituden-Abweichung im Modell der beiden Leistungsverstärker (im Bereich ca. -25 dBm bis -15 dBm) ist ein Grund für dieses Verhalten (Abbildungen 3.13 und 3.15). Ebenso ist der Phasengang der beiden Modelle für Eintonaussteuerung (im Bereich ca. -20 dBm bis ca. -10 dBm) verantwortlich für diese Abweichung (Abbildungen 3.14 und 3.16): Das Verhalten des Phasengangs ist nicht glatt parabolisch wie bei der Messung.

Es gibt aber eine befriedigende Übereinstimmung für die 3IMD-Verläufe im Bereich der Nullstelle. Während die Höhe der Unterdrückung in der Messung 25 dB bzw. 45 dB beträgt, ist für die Simulation diese ca. 30 dB.

Zur Betrachtung der Situation der Nutzsignale für hohe Pegel (bzw. zur Betrachtung der Addition der Nutzsignale für hohe Pegel) im Modell muss folgendes beachtet werden:

Wenn der Eingangspegel größer wird, steigt die erzeugte 3IMD des Leistungsverstärkers A steil an (das logarithmische Steigungsverhältnis des 3IMD-Produkts zum Nutzsignal ist 3 zu 1). Bei der Grenzaussteuerung des Verstärkers A entsteht daher eine hohe Amplitude des 3IMD-Produkts, das am Eingang des Verstärkers B den beiden Trägersignalen noch zusätzlich überlagert wird.

Damit wird die Aussteuer-Grenze für den Leistungsverstärker B überschritten (Übersteuerung) und die komplexe Taylor-Reihe divergiert mit einem sprunghaften Anstieg der Ausgangsgrößen.

Diese Situation wird in Abbildung 4.18 durch Darstellung der Signale vor dem Ausgangsaddierer (Punkte  $B_1$  und  $B_2$  in Abbildung 4.6) gezeigt, wo die  $3IMD$ -Produkte und das Nutzsignal aus Leistungsverstärker B früher als aus Leistungsverstärker A bei etwa  $P_{in} \approx 3,9$  dBm drastisch ansteigen obwohl beide Leistungsverstärker bis ca. -11 dBm Eingangsleistung bzw. -11 dBm + 16,5 dB = 5,5 dBm Eingangsleistung  $P_{in}$  in der Gesamt-Schaltung modelliert wurden, siehe Abschnitt 3.3.2.

Die Schwebung (Einhüllende) der  $3IMD$ -Produkte, die zur Übersteuerung des Leistungsverstärkers B führt, ist in der Abbildung 4.19 deutlich erkennbar:

Während die violette Kurve in der Abbildung 4.19 die Schwebung des Gesamtsignals (Nutzsignale,  $3IMD$ -Produkte und alle andere  $IM$ -Produkte) vor dem Leistungsverstärker B für  $P_{in} \approx 3$  dBm repräsentiert, zeigt die blaue Kurve nur der Schwebung des Nutzsignalsbetrags vor dem Leistungsverstärker B für den selben Eingangspegel. Die Aussteuerung durch die zusätzlichen  $IMD$ -Produkte beträgt etwa 20% und steigt steil weiter an bei weiterer Erhöhung der Eingangsleistung  $P_{in}$ .

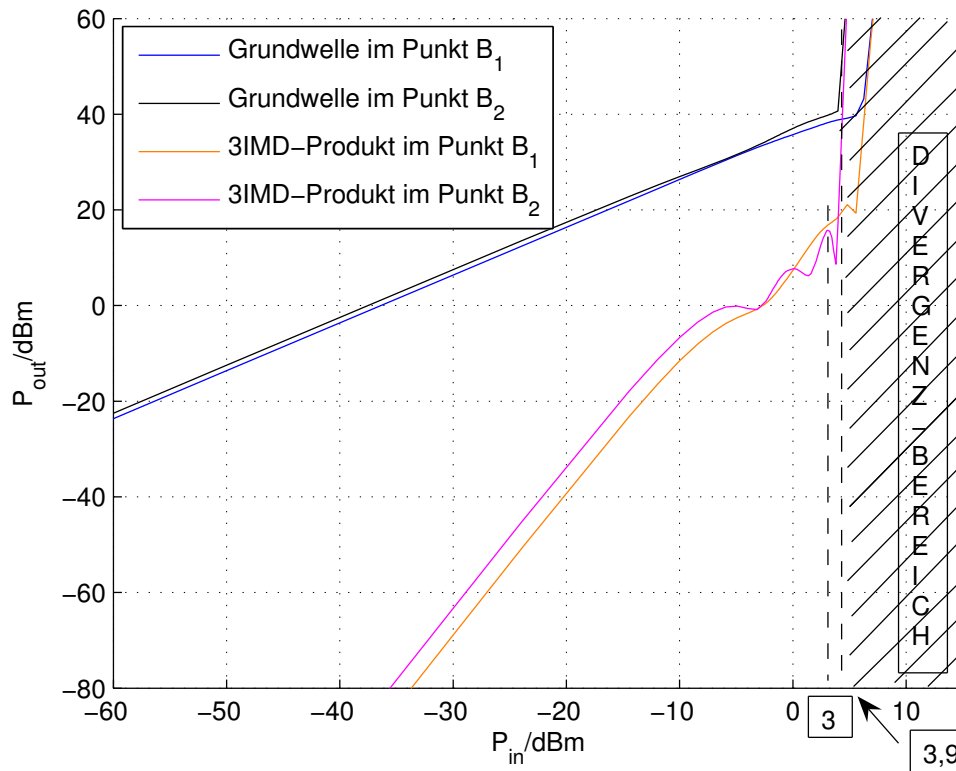


Abbildung 4.18: Pegelverläufe im Punkt  $B_1$  und  $B_2$  vor dem Leistungsaddierer, eingestellt für  $P_{in} \approx +3$  dBm

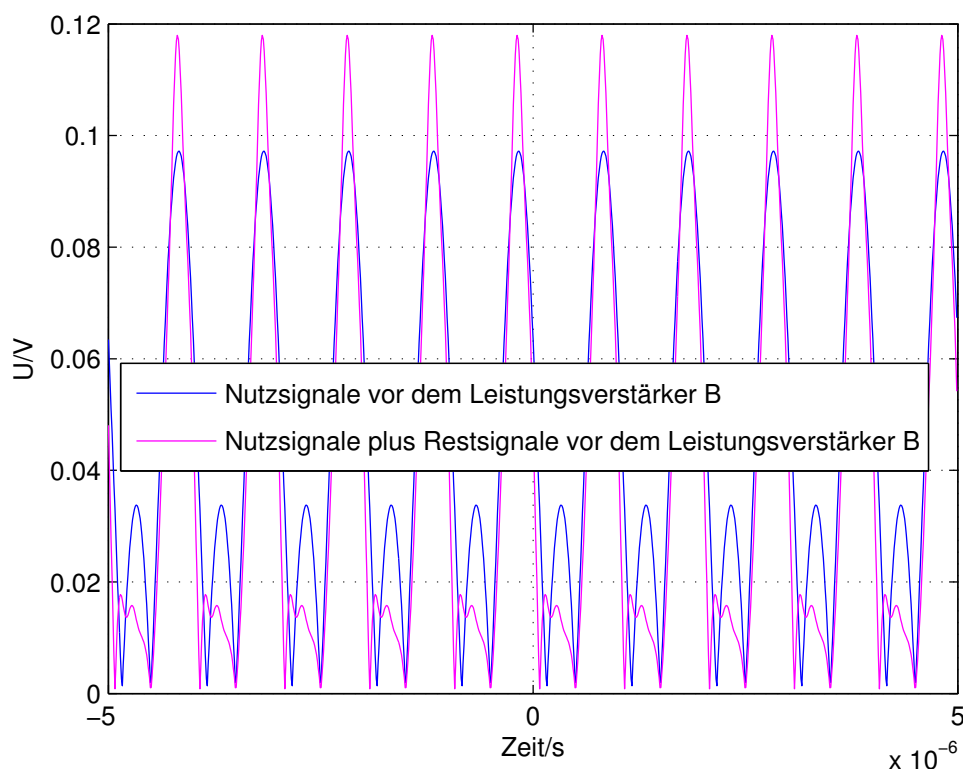


Abbildung 4.19: Schwebung (Einhüllende) des Spannungssignals für  $P_{in} \approx +3$  dBm vor dem Leistungsverstärker B

In der Abbildung ?? ist der Phasen-Verlauf der Ausgangssignale der beiden Leistungsverstärker für Nutzsingnale und  $3IMD$ -Produkte vor dem Ausgangsaddierer beim Modell dargestellt. Während die Phasen-Differenz der beiden  $3IMD$ -Produkten (für  $P_{in} \approx +3$  dBm) vor dem Ausgangsaddierer ca.  $185^\circ$  ist, beträgt diese für Nutzsingnale ca.  $36^\circ$ .

Man erkennt aus den Phasendifferenzen, dass eine perfekte Unterdrückung der  $3IMD$ -Produkte mit entsprechender Feinabstimmung der Verzögerungsleitung A (Phasendifferenz zu  $180^\circ$  setzen) möglich sein sollte, aber damit eine perfekte Summierung der Nutzsingnal-Leistung (Phasen-Differenz  $0^\circ$ ) nicht einhergehen würde. Wie weiter vorne angesprochen wurde führt die Einfügungsdämpfung des Verzögerungskabels A weiterhin noch zu einem Amplitudenunterschied der Nutzsingnale vor dem Leistungsaddierer. Der entsprechende Verlust in der Nutzsingnal-Leistung am Ausgang des Power Combiner wird in Abschnitt 4.3 diskutiert.

Aus der Abbildung ?? kennt man erwartungsgemäß, dass die Phase der  $3IMD$ -Produkte ebenso wie bei den Nutzsingnale pegelabhängig ist, was in der Praxis der Messung der  $3IMD$ -Produkte nicht zu erfassen war.

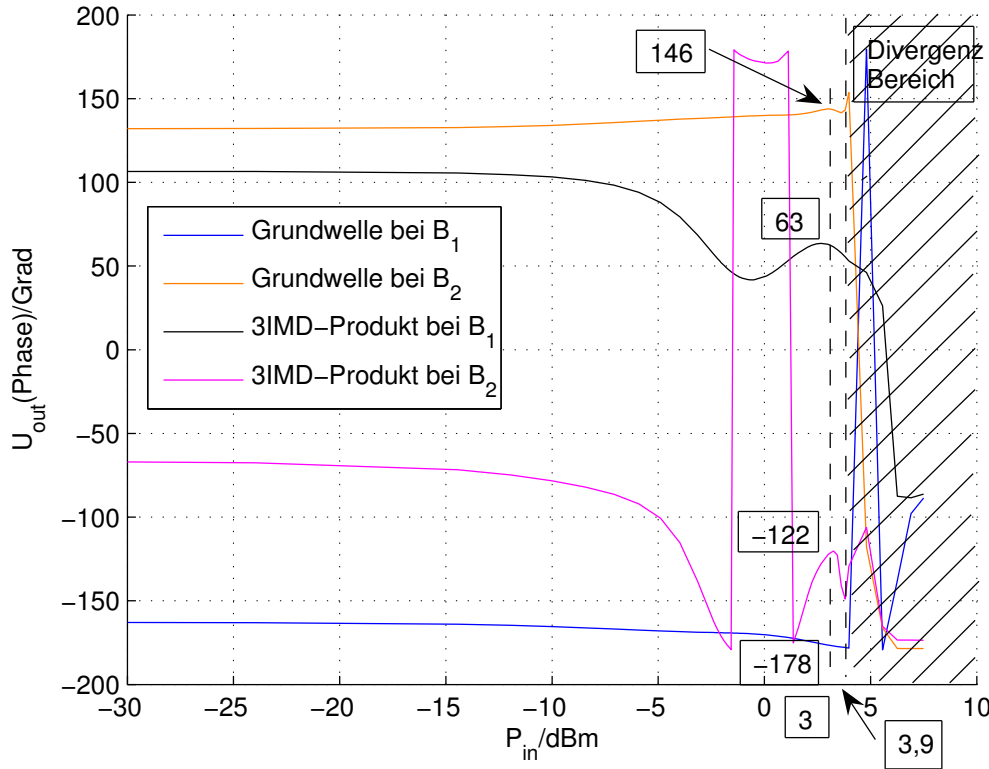


Abbildung 4.20: Phasen-Verlauf der Ausgangssignale der beiden Leistungsverstärker für Nutzsignale und 3IMD-Produkte vor dem Ausgangsaddierer, eingestellt für  $P_{in} \approx +3$  dBm

Zum besseren Verständnis der Verhältnisse des Modells wurden die Simulationsergebnisse der gesamte Schaltung bei Intermodulationskompensation für  $P_{in} \approx +3$  dBm ebenfalls bestimmt unter Verwendung der Modelle, die mit Messdaten bis zu -9 dBm Eingangsleistung der Verstärker abgeleitet wurden, siehe Anhang A.5.

Zur Überprüfung des Funktionsprinzips der Schaltung und des Simulationsmodells wurde die Unterdrückung der 3IMD-Produkte (in sog. Nullstelle) im Modell ebenso für eine Absenkung des Eingangspegels um 6 dB auf  $P_{in} = -3$  dBm bestimmt (entspr. Einstellung der Schleife).

Die Abbildungen 4.21 und 4.22 zeigen den Pegelverlauf der Ausgangssignale (Betrag und Phase) der beiden Leistungsverstärker für die Nutzsignale und die 3IMD-Produkte in Punkt  $B_1$  und  $B_2$ . Der Vergleich zu dem resultierenden Ausgangsleistungen für Nutzsignale und 3IMD-Produkte des konventionellen Power Combiner wird in der Abbildung 4.23 dargestellt.



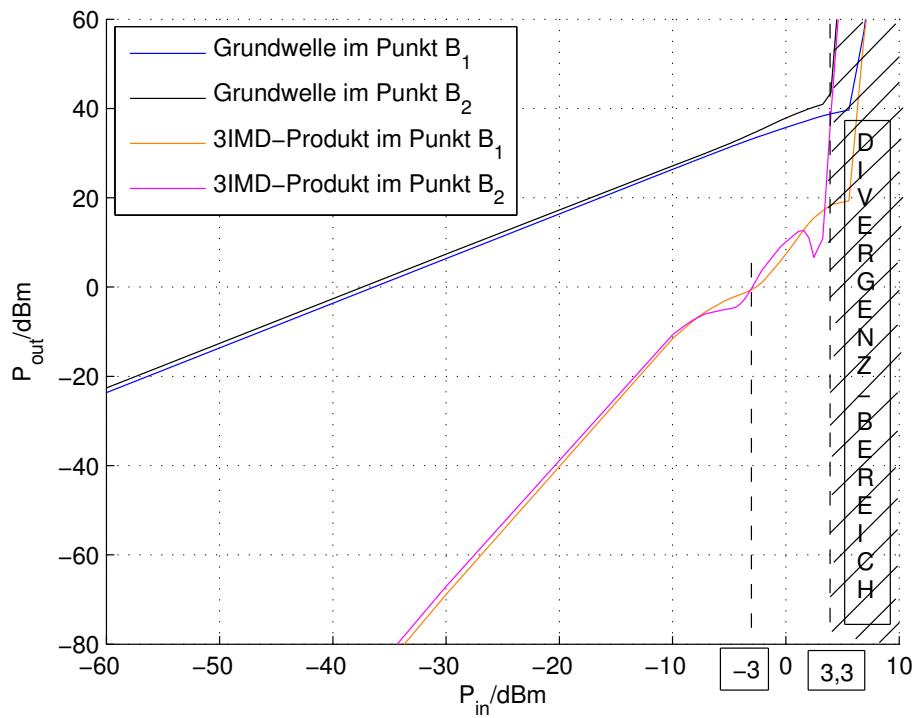


Abbildung 4.21: Pegelverläufe vor dem Leistungsaddierer, eingestellt für  $P_{in} \approx -3$  dBm

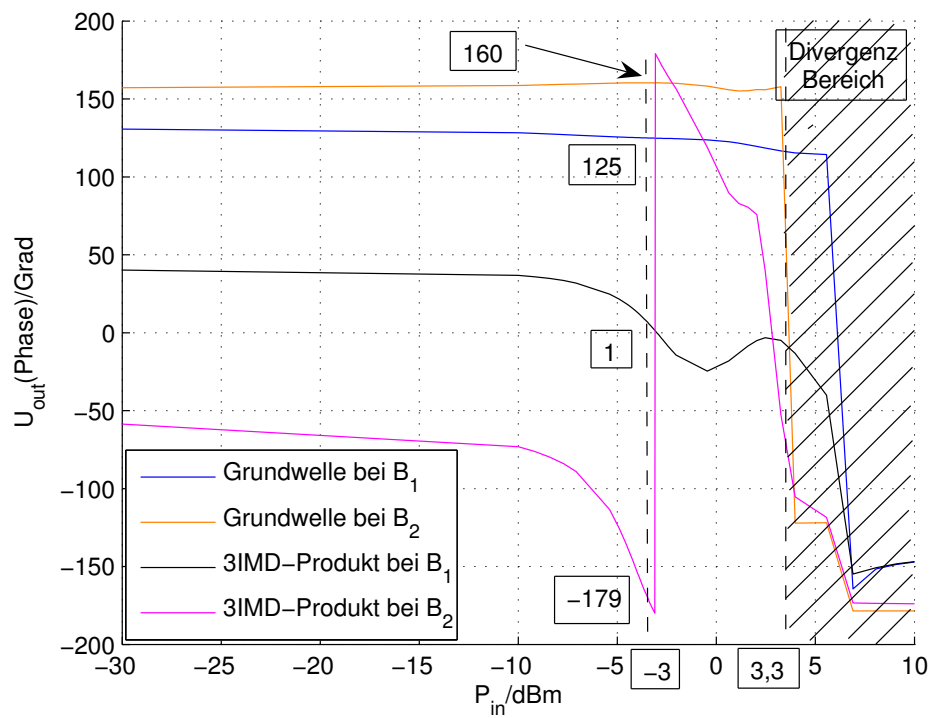


Abbildung 4.22: Phasenverläufe vor dem Leistungsaddierer, eingestellt für  $P_{in} \approx -3$  dBm

Während die Phasendifferenz der beiden Nutzsingale weniger als ca.  $35^\circ$  ist, beträgt die Phasendifferenz der beiden  $3\text{IMD}$ -Produkten in der Nullstelle ca.  $180^\circ$ .

In der Abbildung 4.23 sieht man eine relative Verbesserung der  $3\text{IMD}$ -Unterdrückung bis 8 dB im unteren Pegelbereich und deutliche Verbesserung im Bereich der Nullstelle bis zu 40 dB im Vergleich mit dem konventionellen Power Combiner.

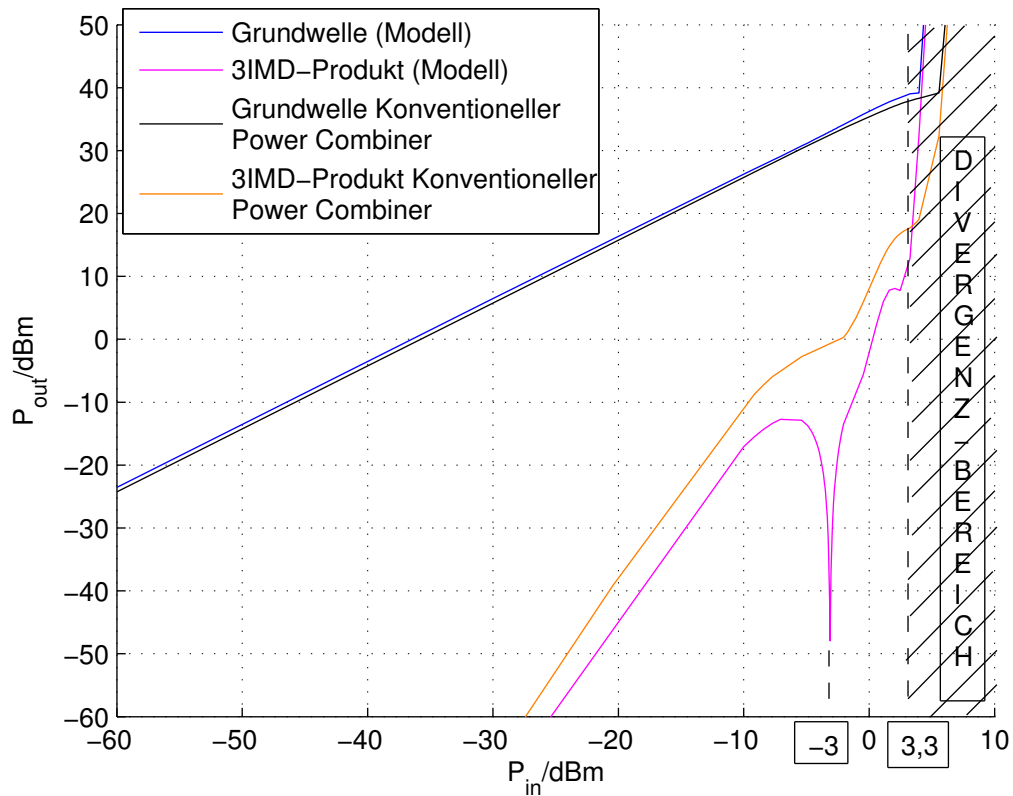


Abbildung 4.23: Vergleich der berechneten Ausgangsleistungen des FF-Power Combiner und des konventionellen Power Combiner bei Schleifenabstimmung auf  $P_{in} \approx -3$  dBm

Die Simulation wurde ebenso für den Bereich durchgeführt, wo die Verstärkung und die Phase der Verstärkung konstant bzw. nicht pegelabhängig ist, im Beispiel für  $P_{in} \approx -21$  dBm.

Dazu wurde wieder die Amplituden der Schwebungen ausgewertet, Abbildung 4.24. Wie man aus der Abbildung 4.24 sieht, ist die Amplitude der Summen-Schwebung am Leistungsverstärker B etwa gleich der Amplitude am Leistungsverstärker A bei der gewählten Eingangsleistung ( $P_{in} \approx -21$  dBm).

Man sieht, dass die Spitzenamplitude der Schwebung der Nutzsignale (blaue Line) erwartungsgemäß mit steigenden Pegeln zunimmt (wegen der Absenkung der Verstärkung des Leistungsverstärkers A für größere Pegel).

Oberhalb von  $P_{in} = +5$  dBm divergiert die Taylor-Reihe des Leistungsverstärkers A was zu einem steilen Anstieg des Pegels vor Leistungsverstärker B führt (ungültig Simulation). In den Abbildungen 4.25 und 4.26 wurden die Ausgangssignale der beiden Leistungsverstärkers A und B für Nutzsignal und  $3IMD$ -Produkte (Betrag und Phase) vor dem Ausgangsaddierer dargestellt.

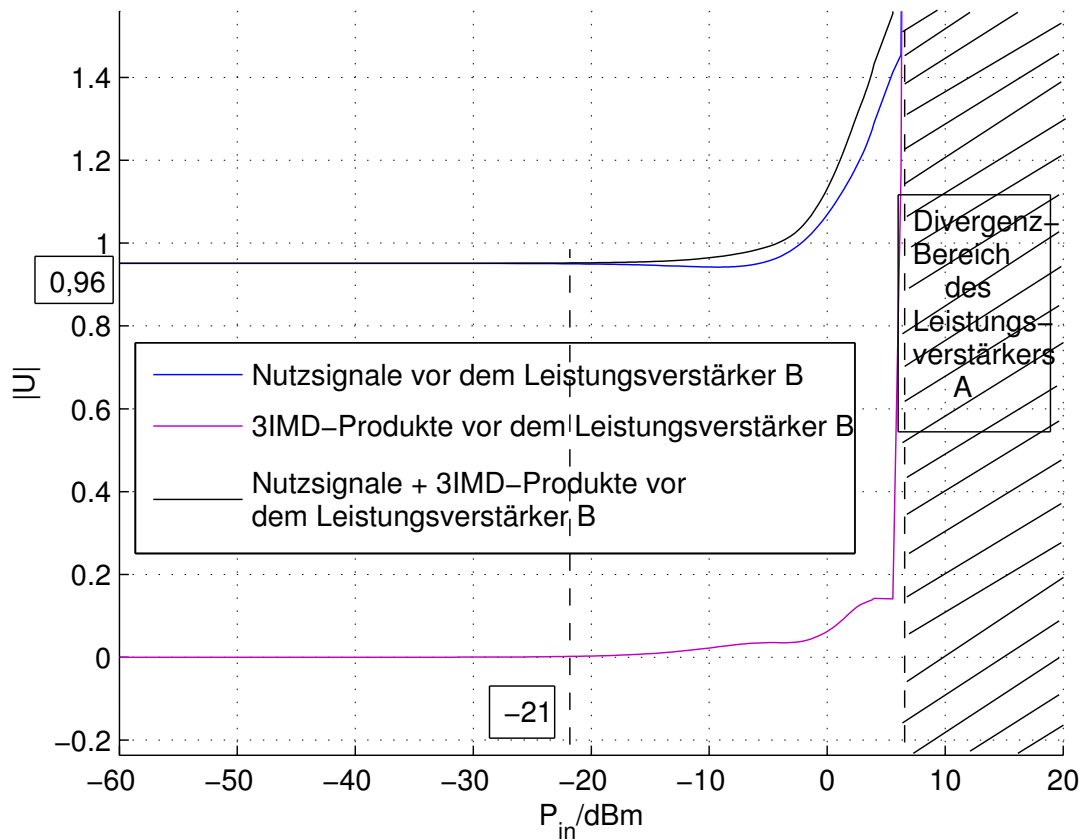


Abbildung 4.24: Spitzenamplitude der Schwebungen der Nutzsignale und  $3IMD$ -Produkte vor dem Leistungsverstärker B bezogen auf die Schwebungsamplitude der Nutzsignale an Leistungsverstärker A, eingestellt für  $P_{in} \approx -21$  dBm

Während die Phasendifferenz der beiden Nutzsignalen in der Nullstelle ( $P_{in} \approx -21$  dBm) weniger als ca.  $34^\circ$  ist, beträgt die Phasendifferenz der beiden  $3IMD$ -Produkten in der Nullstelle ca.  $180^\circ$ . Die Betragsdifferenz der beiden  $3IMD$ -Produkten beträgt für den gesamten tiefen Bereich weniger als ein Zehntel dB, was zu einer starken  $3IMD$ -Verbesserung von etwa 40 dB führt.

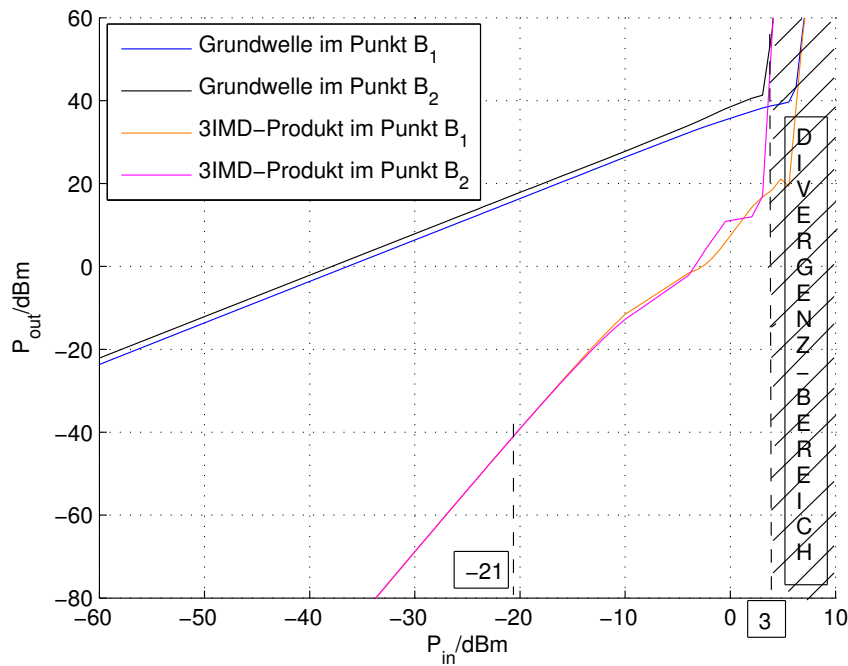


Abbildung 4.25: Pegelverläufe im Punkt  $B_1$  und  $B_2$  vor dem Leistungsaddierer, eingestellt für  $P_{in} \approx -21$  dBm

In der Abbildung 4.27 ist die Unterdrückung des  $3IMD$ -Produkts am Ausgang der Linearisierungsschaltung dem konventionellen parallelen Leistungsaddierer gegenübergestellt.

Hier sieht man, dass die Unterdrückung des  $3IMD$ -Produkts im Vergleich mit dem konventionellen parallelen Leistungsaddierer vor der Nullstelle eigentlich mehr als 38 dB und für Nullstelle sogar mehr als 75 dB ist.

Da beide Schleifen für  $P_{in} \approx -21$  dBm eingestellt wurden, sind die eingesetzten Parameter (Kopplungsfaktor, Transmissionsphase usw.) für große Pegel nicht mehr geeignet (Pegelabhängigkeit der Verstärkung und der Phase). Das bedeutet, die Amplitude und Phase der jeweiligen Signale für große Pegel sind fehlerbehaftet und damit reduziert sich die Unterdrückung des  $3IMD$ -Produkts nach der Nullstelle drastisch.

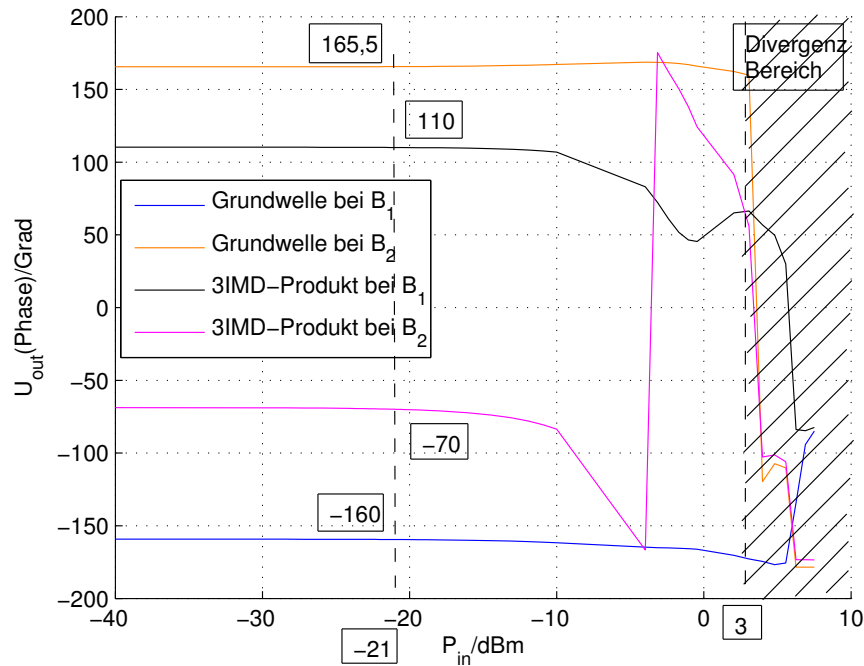


Abbildung 4.26: Phasenverläufe der Ausgangssignale der beiden Leistungsverstärker für Nutzsingale und 3IMD-Produkte vor dem Ausgangsaddierer, eingestellt für  $P_{in} \approx -21$  dBm

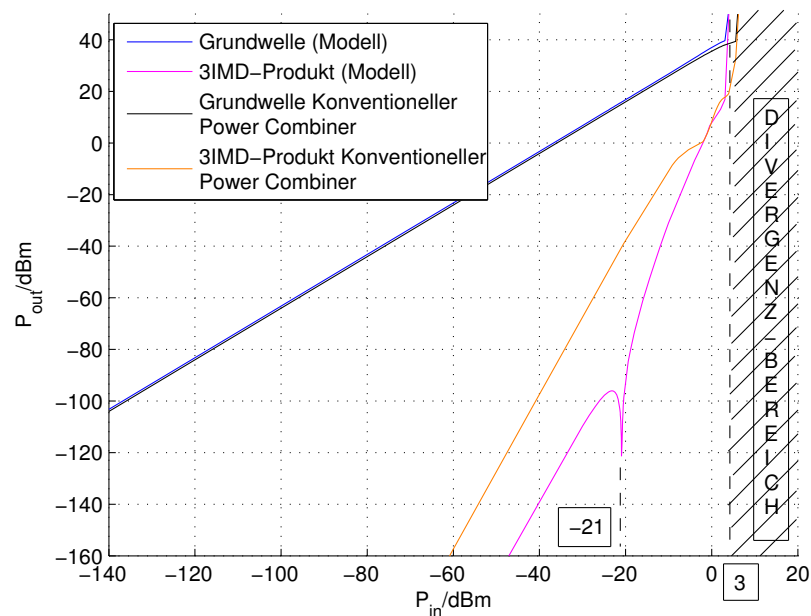


Abbildung 4.27: Vergleich der berechneten Ausgangsleistungen des FF-Power Combiner und des konventionellen Power Combiner bei Schleifenabstimmung auf  $P_{in} \approx -21$  dBm

Das Frequenz-Verhalten der gesamten Schaltung ist abhängig vom Frequenz-Verhalten der verwendeten Schaltungskomponenten, vor allem die beide Leistungsverstärker und die verwendeten Leitungen als Verzögerungsleitung in der Schaltung. Im Modell wird nur die Frequenz-Abhängigkeit der Transmissionsparameter (Verstärkung,  $s_{21}$ ) als das Frequenz-Verhalten berücksichtigt.

Die Abbildung 4.28 zeigt den Betrags- und Phasen-Verlauf der Verstärkung über der Frequenz für Leistungsverstärker A, der selbst aus einer Kaskade von mehreren Verstärkern besteht.

Man sieht: Der Verstärker weist einen schwach ansteigenden Verlauf der Verstärkung von 900 MHz bis etwa 1000 MHz auf mit weitgehend linearem Phasengang.

(Der gezeigte Betrag in der Abbildung 4.28 ist niedriger als die bisherige gerechnete Verstärkung, da zum Schutz des Network-Analyzers ein Dämpfungsglied verwendet wurde).

Man sieht von beiden Abbildungen 4.28 und 4.29, dass der Leistungsverstärker A eine Bandpass-Charakteristik zeigt mit einem Durchlassbereich von etwa 900 MHz bis 1,02 GHz (Leistungsverstärker B ist ebenso schmalbandig).

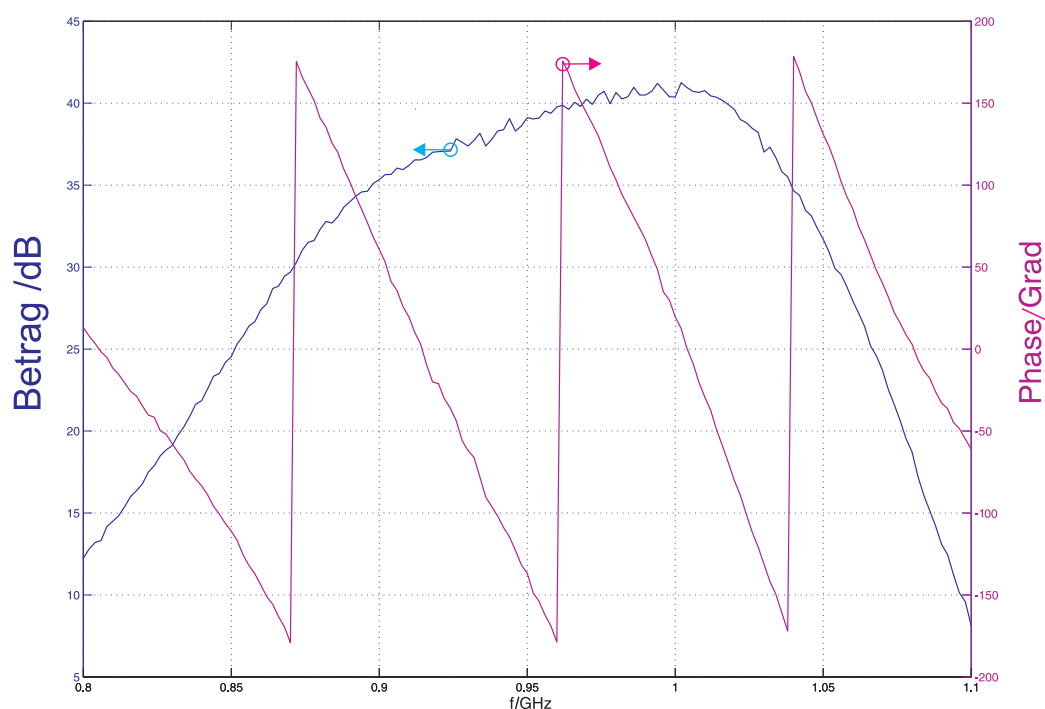


Abbildung 4.28: Betrag und Phase der Verstärkung des Leistungsverstärkers A

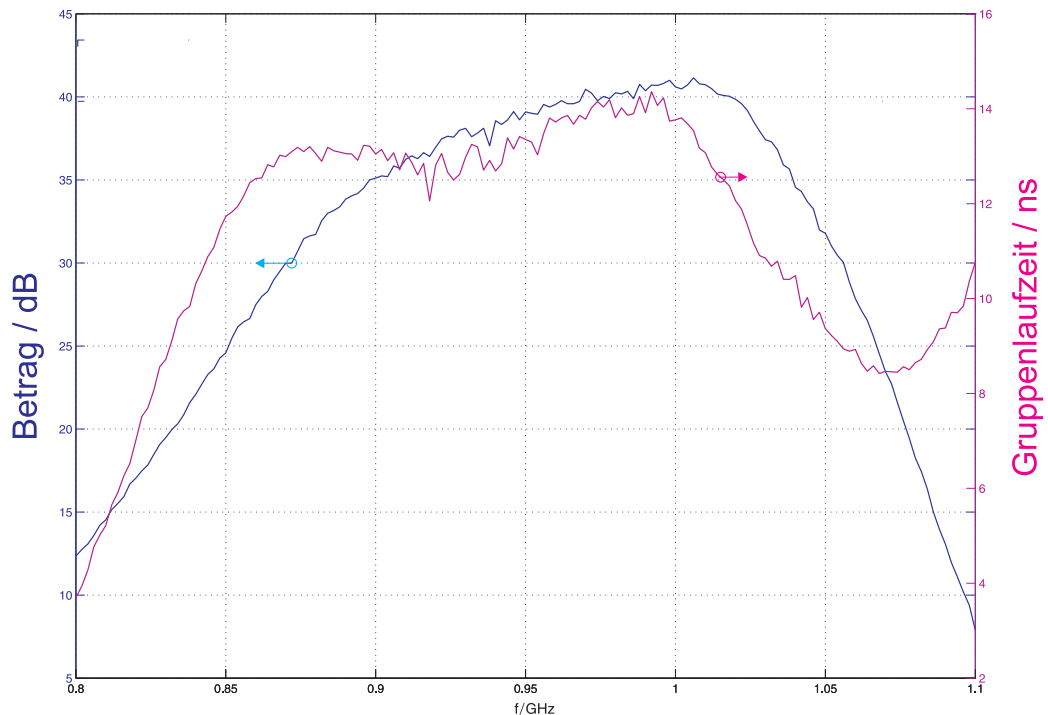


Abbildung 4.29: Verstärkung und Gruppenlaufzeit des Leistungsverstärkers A

Die Frequenzabhängigkeit der Verstärkung der gesamten Linearisierungsschaltung ist in der Abbildung 4.30 für einen Teilfrequenzbereich dargestellt.

In der Abbildung 4.30 wurde die Phase der Durchgangsverstärkung nach Abzug einer mittleren linearen Phasenprogression (Kompensation durch "Electrical Delay"-Einstellung) dargestellt; entsprechend bestätigt der flache Phasenverlauf die etwa konstante Gruppenlaufzeit der Schaltung. In der Abbildung 4.30 ist ebenfalls der flache Anstieg der Verstärkung über der Frequenz erkennbar, der direkt auf die Frequenzgänge der beiden Verstärker zurückzuführen ist. Falls dieser Frequenzgang in Anwendungen stören sollte, könnten die beiden Leistungsverstärker mit Hilfe von Equalizing-Schaltungen (z. B. analoges FIR-Filter [(Nei08)]) verbessert werden, ggf. auch adaptiv.

Darüber hinaus gibt die Abbildung 4.30 nur das Verhalten der Gesamt-Verstärkung wieder, nicht jedoch die Frequenzabhängigkeit der Unterdrückung der Intermodulation; diese hängt wesentlich von dem Gleichlauf der Übertragungsfunktionen der beiden Verstärker und von der Abweichung der Phasengänge vom linearen Verlauf ab und vom Frequenzgang der übrigen Elemente der beiden Schleifen. Abweichungen von wenigen Grad in der Phase und wenigen Zehntel dB im Betrag führen zu erheblichen Verlusten in der 3IMD-Unterdrückung der FF-Power Combiner Schaltung, wie im folgenden Abschnitt gezeigt wird.

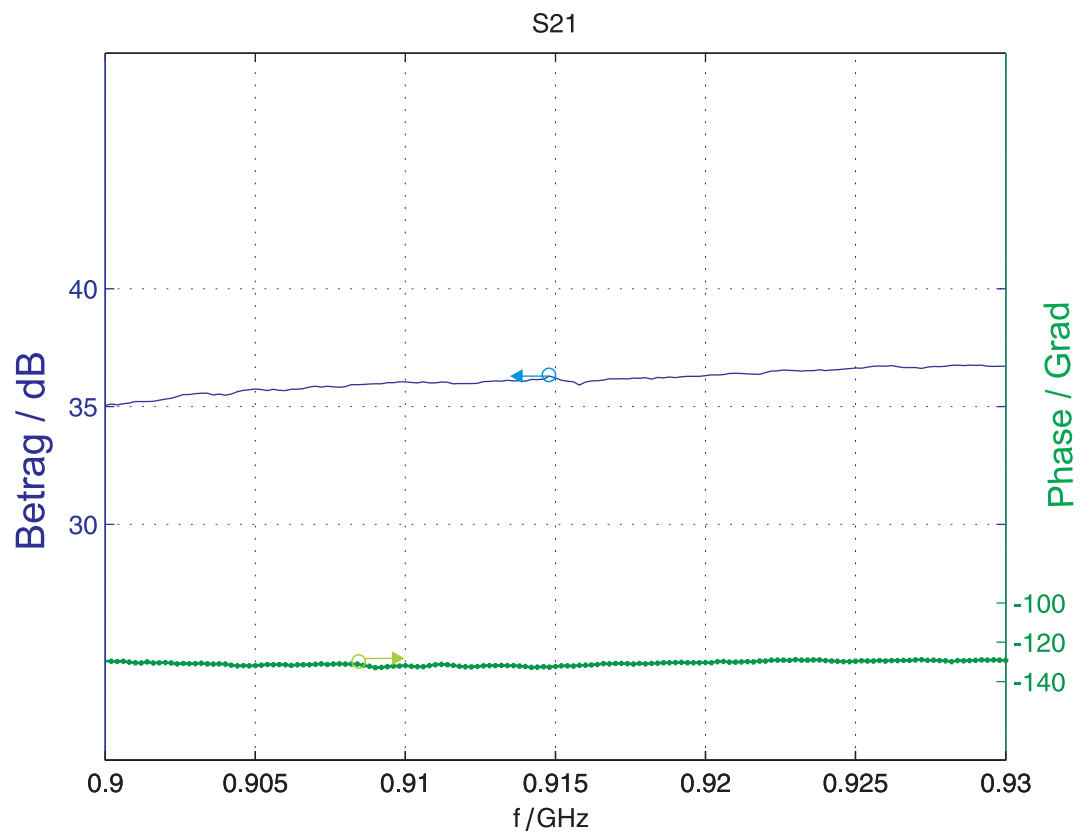


Abbildung 4.30: Frequenzabhängigkeit der Linearisierungsschaltung



### 4.3 Empfindlichkeitsanalyse

Bei der Empfindlichkeitsanalyse wurde untersucht, wie die Veränderung wichtiger Parameter Auswirkungen auf das Gesamtverhalten hat. Als Parameter für die gesamte Schaltung werden die Phasenfehler und die Betragsfehler für Subtraktion und Addition der *3IMD*-Produkte bzw. die Nutzsignale untersucht.

Bereits in Kapitel 4.2 wurde erwähnt, dass ein kleiner Phasenfehler bei Subtraktion der Signale in der ersten Schleife eine große Abweichung für Intermodulationsprodukte am Ausgang erzeugen kann. Im Folgenden wird dies mathematisch untersucht und die Auswirkungen auf das *3IMD*-Produkt und das Nutzsignal werden mit Hilfe der Simulation dargestellt.

Wir nehmen zwei Spannungssignale mit  $\delta\hat{u}$  Unterschied in der Amplitude und  $\delta\varphi$  Unterschied in der Phase an, d. h. in komplexe Schreibweise:

$$\begin{aligned} u_1(t) &= \Re \{ \underline{U} e^{j\omega t} \} \\ u_2(t) &= \Re \{ \underline{U} (1 + \delta) e^{j\delta\varphi} e^{j\omega t} \} \end{aligned} \quad (4.3.1)$$

mit

$$\underline{U} = \hat{u} e^{j\varphi}$$

oder bei Unterdrückung der Zeitabhängigkeit ( $e^{j\omega t}$ )

$$\begin{aligned} u_1 &= \hat{u} \cos \varphi \\ u_2 &= (\hat{u} + \delta\hat{u}) \cos(\varphi + \delta\varphi) \end{aligned} \quad (4.3.2)$$

Die Summe der beiden Signale ist:

$$u_S = \{ [2\hat{u}^2 + 2\hat{u}\delta\hat{u}](1 + \cos \delta\varphi) + \delta\hat{u}^2 \}^{\frac{1}{2}} \quad (4.3.3)$$

und die Differenz beträgt:

$$u_D = \{ [2\hat{u}^2 + 2\hat{u}\delta\hat{u}](1 - \cos \delta\varphi) + \delta\hat{u}^2 \}^{\frac{1}{2}} \quad (4.3.4)$$

oder

$$u_D = \left\{ [2\hat{u}^2 + 2\hat{u}\delta\hat{u}](2\sin^2(\frac{\delta\varphi}{2})) + \delta\hat{u}^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4.3.5)$$

Für reine Phasenfehler, d. h. vernachlässigbare Amplitudenfehler ( $\delta\hat{u} \approx 0$ ) werden die beiden Gleichungen 4.3.3 und 4.3.5 vereinfacht zu:

$$u_S = [2\hat{u}^2(1 + \cos \delta\varphi)]^{\frac{1}{2}} \quad (4.3.6)$$

und

$$u_D = 2\hat{u} \sin(\frac{\delta\varphi}{2}) \quad (4.3.7)$$

Wie man in Gleichungen 4.3.6 und 4.3.7 sieht, unterscheiden sich die Gleichungen durch den  $\cos(\delta\varphi)$  Term bzw.  $\sin(\delta\varphi)$  Term, die in der Umgebung  $0^\circ$  relativ kleine Fehler für Summe (Gleichung 4.3.7) und relativ große Fehler für Subtraktion (Gleichung 4.3.6) verursachen.

Dieses Ergebnis gilt für die Subtraktion beider Nutzsignale vor dem Richtkoppler B in der ersten Schleife und auch für die Subtraktion beider *3IMD*-Signale vor dem Ausgangsaddierer in der zweiten Schleife.

Die beiden Gleichungen 4.3.3 und 4.3.5 jeweils für  $\delta\hat{u}=0$  und  $\delta\varphi=0$  sind in Abbildung 4.31 und 4.32 graphisch dargestellt.

Die Abbildung 4.31 vergleicht die Abweichung der Ausgangsspannung in der Abhängigkeit des Phasenfehlers für die Addition bzw. Subtraktion der Signale am Ende der gesamten Schaltung für den Fall  $\delta\hat{u}=0$  und die Abbildung 4.32 zeigt das selbe für die Betragsfehler wenn  $\delta\varphi=0$  ist.

In der Abbildung 4.31 sieht man, dass für die Subtraktion mit einer Unterdrückung des *3IMD*-Produkts im tiefen Minimum von -35 dB ein  $1^\circ$  Phasen-Fehler zulässig ist und für -29 dB Unterdrückung  $2^\circ$  Phasen-Fehler und so weiter. Die Abweichung der Ausgangssignale für Addition ist in diesem Bereich kaum von den Phasen-Fehlern abhängig. Man sieht, dass für Addition der Nutzsignale von  $30^\circ$  Phasen-Fehler (Abbildung ??) ein Verlust in der Ausgangsleistung von ca. 0,35 dB erzeugt wurde.

Die erzeugte Abweichung für Betragsfehler ist in der Abbildung 4.32 dargestellt. Für die Subtraktion zeigt sich, dass die Unterdrückung des *3IMD*-Produkts im tiefen Minimum für einen Anstieg des Betragsfehler von 1% auf 10% der Spannung (entsprechend von -40 dB auf -20 dB) von 40 dB auf 20 dB verschlechtert wird, während das Ausgangssignal der Addition sich in diesem Bereich um weniger als 0,4 dB verschlechtert.

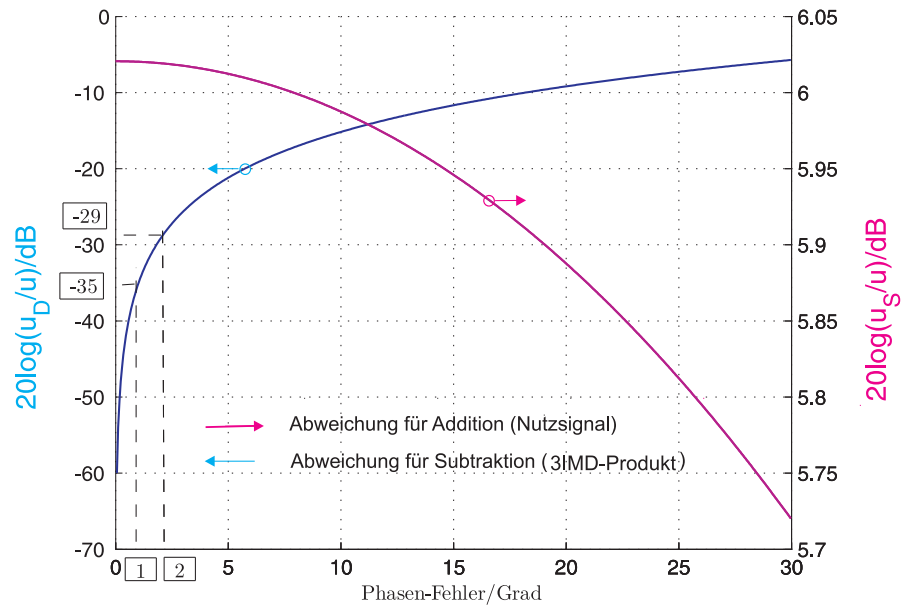


Abbildung 4.31: Abweichung der Ausgangssignale einer Kombinationsschaltung in Abhängigkeit des Phasenfehlers bei  $\delta u=0$

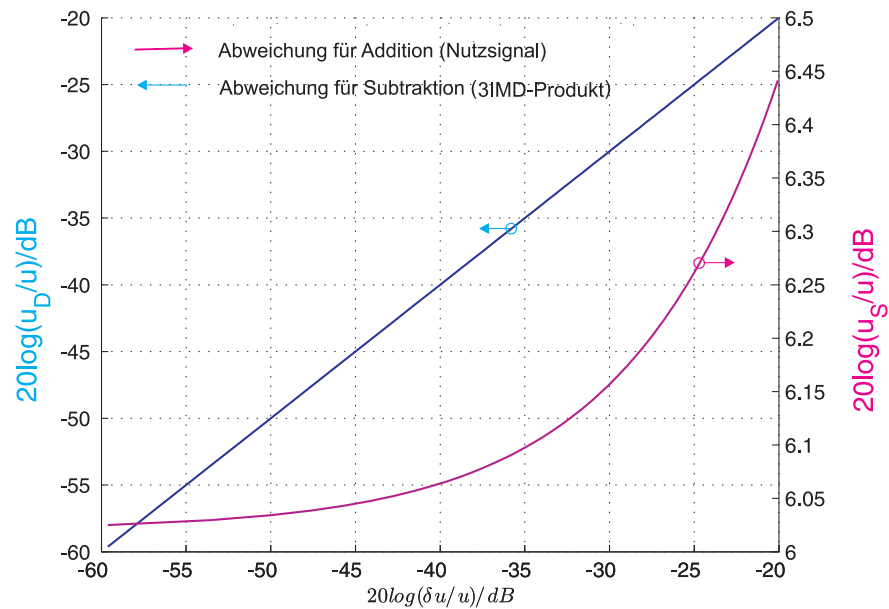


Abbildung 4.32: Abweichung der Ausgangssignale in Abhängigkeit des Betragsfehlers bei  $\delta\varphi=0$

## 4.4 Diskussion

In diesem Kapitel wurden die Eigenschaften der Feed Forward Power Combiner-Schaltung untersucht und experimentelle Ergebnisse verglichen mit Simulationsergebnissen. Dabei ist zunächst hervorzuheben, dass die Simulation der Schaltung mit Hilfe der im Kapitel 3 entwickelten Modelle (Taylor-Reihe) für die Einzelleistungsverstärker zu einer insgesamt befriedigenden Übereinstimmung mit den experimentellen Ergebnissen führt. Damit ist es sinnvoll möglich das Simulationsmodell zur Untersuchung der Verhältnisse in den einzelnen Schleifen zu verwenden bzw. zur Simulation der Schaltungseigenschaften bei Pegeln zu benutzen die im Experiment so nicht zugänglich waren bzw. so nicht eingestellt wurden. Für die Gewinnung von besserem Verständnis der realen Verhältnisse in der Schaltung hat sich auch nicht als hinderlich erwiesen, dass das Schaltung-Modell und die Modelle für die Einzelleistungsverstärker zur Vereinfachung als frequenzunabhängig angenommen wurden.

Die aus den Ergebnissen dieses Kapitels erkennbaren Eigenschaften der Feed Forward Power Combiner-Schaltung bei Einstellung der Schleifen für hohe Verstärker- Ein- und Ausgangsleistungen zeigen deutliche Einschränkungen: zunächst ist es nicht möglich bei hohen Pegeln die beiden Schleifen so abzustimmen, dass die beiden Leistungsverstärker etwa gleich angesteuert werden und dabei sowohl die Nutzsignale perfekt kombiniert werden und die Intermodulationsprodukte perfekt ausgelöscht werden; ein Kompromiss kann eingestellt werden in dem die Auslöschung der 3IMD-Produkte bevorzugt wird und bei den Nutzsignalen auf Grund der dann entstehenden Phasen- und Amplituden-Unterschiede (Fehler) am Leistungskombinier-Ausgang ein gewisser Verlust in Kauf genommen wird.

Mit dieser Einstellung der Schleifen gelingt jedoch die Unterdrückung der 3IMD-Produkte optimal nur für die eingestellte Leistungsaussteuerung; für höhere und tiefere Aussteuerung fällt die 3IMD-Unterdrückung stark ab. Der Grund dafür wird auch deutlich: Bei hoher Aussteuerung sind sowohl die Phase als auch der Betrag der Verstärkung des Leistungsverstärkers A deutlich abhängig von der Eingangsleistung und die Abstimmung der ersten Schleife geht verloren bei solchen Abweichungen. Die engen Grenzen für Phasen- und Amplitudenfehler, die sich aus der Fehler-Betrachtung in Abschnitt 4.3 ergeben, werden schon bei geringen Abweichungen erreicht, z. B. fällt die 3IMD-Unterdrückung von 40 dB auf 20 dB bei einem Anstieg der Aussteuerungspegel-Differenz von -40 dB auf -20 dB. Für die Anwendung der Schaltung bedeutet dies, entweder eine Einschränkung der Aussteuerung auf einen engen Bereich um einen eingestellten "Arbeitspunkt" oder die Verwendung von adaptiver "Arbeitspunkt"-Einstellung der Schleife, was ohnehin in der Praxis nötig ist um Temperatur- und Alterungs- Effekte zu kompensieren. Darüber hinaus wird in der Praxis eine adaptive Schleifeneinstellung nötig sein, da die Einstellungen auch von der Zusammensetzung der Eingangssignale abhängen wird - in dieser Arbeit wurde ausschließlich der Zweiton-Betrieb betrachtet der jedoch nicht repräsentativ ist für viele Anwendungsszenarios, z. B. GSM - Signale in Basis-Stationenverstärkern.

Wird die Schaltung für kleine Eingangspegel eingestellt, ergibt sich eher das Bild, das aus konventionellen Feed Forward-Verstärkern bekannt ist mit einer guten Unterdrückung der 3IMD-Produkte über einen weiten Aussteuer-Bereich, vornehmlich zu den tieferen Leistungen hin; Dieses Verhalten ist verständlich, da die Verstärker-Charakteristiken nicht

mehr wesentlich abhängig sind von der Aussteuerung im Bereich unterhalb des Sättigungsbetriebs. Für die Anwendung ist dieser Fall allerdings weniger relevant, da das Ziel der Schaltung ja ist, einen möglichst hohen Wirkungsgrad der Leistungserzeugung für die Nutzsignale zu erreichen, was die hohe Leistungsaussteuerung voraussetzt.

# 5 Andere Eigenschaften der Schaltung

## 5.1 Rauschunterdrückung

Eine wichtige Eigenschaft von Leistungsverstärkern mit hoher Ausgangsleistung ist das Rauschverhalten [(Sei71)]. In Leistungsverstärkern ist das elektronische Zusatzrauschen wesentlich höher als in Kleinleistungsverstärkern gleicher Verstärkung wegen der viel höheren Ruhestrome in den Leistungstransistoren und Aussteuerung in viel höhere Augenblicksströme. Eine Verbesserung der Rauschzahl bei gleichzeitiger *IMD*-Unterdrückung für große Pegel wäre wünschenswert und wird für unsere vorgestellte Schaltung im Folgenden untersucht.

Da ein zusätzliches Rauschsignal am Verstärker-Ausgang wie eine Störung (Verzerrung) behandelt werden kann, wird das erzeugte Rauschsignal des Leistungsverstärkers A durch den Leistungsverstärker B verstärkt ebenso wie ein Intermodulations-Signal. Das verstärkte Rauschsignal mit umgekehrten Vorzeichen, das wegen der Auskopplung beider Richtkoppler A und B an Eingang des Leistungsverstärker B ansteht und ebenso das erzeugte Rauschsignal durch den Leistungsverstärker B selbst werden mit dem ursprünglichen Rauschsignal durch den Leistungsaddierer kombiniert.

Das produzierte Rauschen, das durch passive Bauelemente wie Richtkoppler wegen deren Verluste erzeugt wird, ist sehr klein und wird in Vergleich mit dem erzeugten Rauschen der Leistungsverstärker vernachlässigt, da diese hohe Verstärkung und Zusatzrausch-Leistung haben.

Wir bezeichnen das erzeugte Zusatz-Rauschsignal (Spannungssignal) am Ausgang von Leistungsverstärker A und B mit  $n'(t)$  und  $n''(t)$  (Abbildung 5.1).

Zur Charakterisierung des Rauschverhaltens dieser Schaltung lässt sich die Rauschzahl ( $F$ ) bzw. das Rauschmaß  $NF$  (noise figure) angeben. Mathematisch ausgedrückt beschreibt sie, wie sich das Signal-zu-Rauschleistungsverhältnis von Ein- und Ausgang der gesamten Schaltung zueinander verhält [(Pot99)]:

$$F_{sum} = \frac{S_{in}/N_{in}}{S_{out}/N_{out}} \quad (5.1.1)$$

Da  $S_{out}=G_s \cdot S_{in}$  ( $G_s$  als Leistungsverstärkung der gesamten Schaltung) ist, wird die Gleichung 5.1.1 vereinfacht zu:

$$F_{sum} = \frac{N_{out}}{G_s \cdot N_{in}} \quad (5.1.2)$$

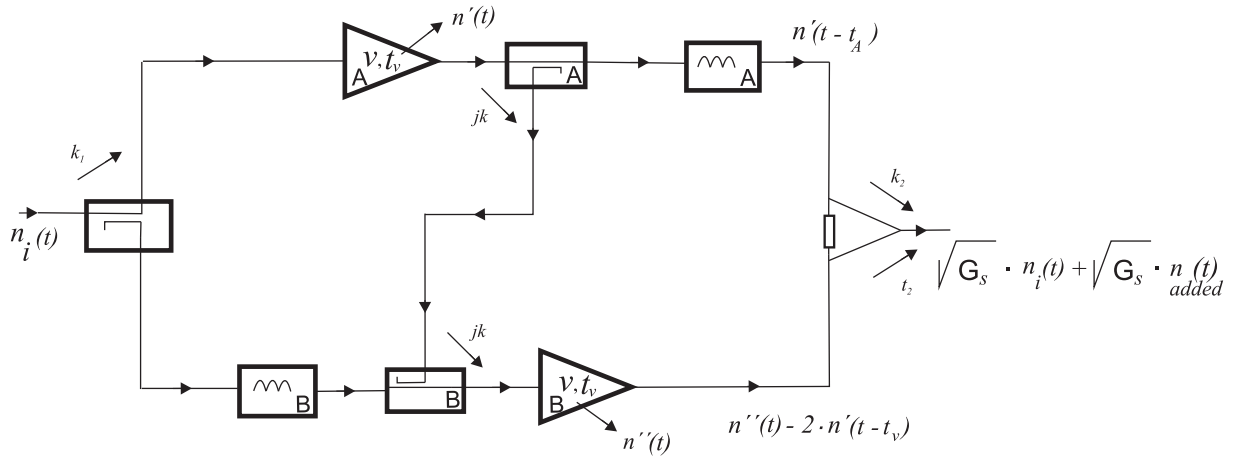


Abbildung 5.1: Rauschzahl-Untersuchung der gesamten Schaltung

Die Rauschleistung im Eingang der gesamten Schaltung für den Fall Anpassung, die die maximale verfügbare Rauschleistung ergibt, ist bekannt als thermische Rauschleistung:

$$N_{in} = k \cdot T_0 \cdot B \quad (5.1.3)$$

mit

- $k$  als Boltzmann-Konstante
- $T_0$  als absolute Temperatur
- $B$  als äquivalente Bandbreite

Wie schon vom 2. Kapitel bekannt, ist der Leistungsverstärkungsfaktor der gesamten Schaltung(ohne Berücksichtigung der Dämpfungen):

$$G_s = (\sqrt{2}k_1\nu)^2 \quad (5.1.4)$$

mit

$k_1$  als Koppelungsfaktor am Eingangsteiler (hier:  $\frac{1}{\sqrt{10}}$ ) und  
 $\nu$  als Spannungsverstärkung jedes Leistungsverstärkers

In Prinzip besteht die Rauschleistung am Ausgang der gesamten Schaltung aus der Summe von zwei Rauschleistungen, die verstärkte thermische Eingangs-Rauschleistung und die erzeugte Zusatz-Rauschleistung  $N_{added}$ , die durch die Schaltung selbst erzeugt wird, d. h.:

$$N_{out} = G_s \cdot N_{added} + G_s \cdot N_{in} \quad (5.1.5)$$

Hier wird  $N_{added}$  auf den Eingang bezogen.

Das austretende Zusatz-Rauschsignal  $n'(t)$  am Leistungsverstärker A wird durch den Richtkoppler A zum Ausgangsaddierer übertragen und ein kleiner Teil wird zur Einspeisung in den Leistungsverstärker B zum Richtkoppler B ausgekoppelt.

Der Leistungsverstärker B verstärkt diesen Teil und erzeugt selbst auch ein neues Zusatz-Rauschsignal  $n''(t)$ , das nicht mit  $n'(t)$  korreliert ist.

Das erzeugte Zusatz-Rauschsignal am Ausgang der gesamten Schaltung beträgt bei Vernachlässigung von Dämpfungen:

$$n_{added}(t) = k_2 \cdot n'(t - t_A) \cdot + t_2 \cdot n'(t - t_\nu) \cdot (-k^2) \cdot \nu + t_2 \cdot n''(t) \quad (5.1.6)$$

Mit der Abgleichbedingung der ersten Schleife, den Verzögerungen  $t_A = t_\nu$  und im Folgenden völliger Vernachlässigung dieser Verzögerung und dem Kopplungsfaktor des Ausgangsaddierers  $k_2 = t_2 = \frac{1}{\sqrt{2}}$  wird die Gleichung 5.1.6 vereinfacht zu:

$$\begin{aligned} n_{added}(t) &\approx \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (n'(t - t_\nu) - 2 \cdot n'(t - t_\nu) + n''(t)) \\ &\approx \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (n''(t) - n'(t)) \end{aligned} \quad (5.1.7)$$

Die entsprechende Rauschleistung können wir schreiben als zeitlichen Mittelwert des Quadrats (für eine Integrationsdauer  $T$  und Bezugswiderstand  $R=1 \Omega$ ):



$$\begin{aligned}
 N_{added}(t) &= \frac{1}{T} \int_0^T n_{added}^2(t) \cdot dt \approx \frac{1}{T} \int_0^T \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (n''(t) - n'(t)) \right)^2 dt \\
 &= \frac{1}{2T} \int_0^T (n''(t) - n'(t))^2 dt = \frac{1}{2T} \int_0^T (n'(t)^2 + n''(t)^2 - 2n'(t) \cdot n''(t)) dt
 \end{aligned} \tag{5.1.8}$$

Da  $n''(t)$  und  $n'(t)$  nicht korreliert sind ( $\int_0^T n'(t) \cdot n''(t) dt = 0$ ), ergibt sich die Summe der Einzelleistungen:

$$N_{added}(t) \approx \frac{1}{2} \left[ \frac{1}{T} \int_0^T n'(t)^2 dt + \frac{1}{T} \int_0^T n''(t)^2 dt \right] \tag{5.1.9}$$

Da im Bezug auf die Rauschtemperatur gilt,

$$\frac{1}{T} \int_0^T n(t)^2 dt = k \cdot B \cdot T_e \tag{5.1.10}$$

wird die Gleichung 5.1.9 vereinfacht zu:

$$N_{added}(t) \approx \frac{1}{2} \cdot k \cdot B \cdot (T_{eA} + T_{eB}) \tag{5.1.11}$$

mit

$T_{eA}$  als äquivalente Rauschtemperatur des Leistungsverstärkers A

$T_{eB}$  als äquivalente Rauschtemperatur des Leistungsverstärkers B

Mit der bekannten Beziehung zwischen Rauschzahl und äquivalenter Rauschtemperatur ( $T_e = T_0 \cdot (F - 1)$ ) und mit der Gleichung 5.1.3, wird die Gleichung 5.1.11 gewandelt zu:

$$N_{added} \approx N_{in} \cdot (F - 1) \tag{5.1.12}$$

Wobei angenommen wird, dass  $T_{eA} = T_{eB}$  und  $F_1 = F_2 = F$  als Rauschzahl jedes Leistungsverstärkers.

Mit Einsetzung der Gleichung 5.1.12 in den Gleichungen 5.1.5 und 5.1.2 wird für die Rauschzahl der gesamten Schaltung:

$$F_{sum} \approx F_2 = F_1 = F \quad (5.1.13)$$

D.h. die Rauschzahl der gesamten Schaltung ist gleich der Rauschzahl der beiden Leistungsverstärker. Die Rauschzahl der gesamten Schaltung ist im Vergleich mit dem konventionelle Leistungsaddierer gleich. Bei verringerter Intermodulation ist damit der Dynamikbereich entsprechend vergrößert.

Die Rauschzahl des klassischen  $FF$ -Verstärkers ist aber im Prinzip gleich der Rauschzahl des Hilfsverstärkers (auxiliar amplifier), wenn die Verluste des Leistungsteilers, der Verzögerungsleitung und des Richtkopplers in der ersten Schleife vernachlässigbar klein sind [(Pot99)].

Da dieser Hilfsverstärker für kleinere Leistungen ausgelegt wird und weit unterhalb des Sättigungsbereichs betrieben wird (hoch linearer Verstärker), ist seine Rauschzahl relativ klein und damit die Rauschzahl des klassischen  $FF$ -Verstärker kleiner (in der Praxis könnte der Nachteil des  $FF$ -Power Combiner um die 5 dB liegen) im Vergleich mit dem  $FF$ -Power Combiner.

## 5.2 Wirkungsgrad

Wie schon im Kapitel 1 und 2 erläutert wurde, ist der niedrige Wirkungsgrad ein Schwachpunkt der *FF*-Technik [(CKS04)], [(OIM04)], [(WY03)].

In diesem Abschnitt wird ein theoretischer und praktischer Vergleich zwischen dem vorgestellten Entwurf und der klassischen *FF*-Technik gegeben.

Der Wirkungsgrad beschreibt, vereinfacht ausgedrückt, wie effizient die Schaltung die zugeführte DC-Leistung in HF-Leistung umsetzt.

Durch die Erhöhung des Wirkungsgrades verringert sich, bei gleichbleibender Sender-Ausgangsleistung, die DC-Leistungsaufnahme, dadurch die Verlustleistung und somit auch die abzuführende Wärme. Für Leistungsverstärker hat eine Verbesserung des Wirkungsgrades somit eine hohe Priorität.

Normalerweise beschreibt die klassische Definition des Wirkungsgrades (Power-added efficiency) das Verhältnis von abgegebener zeitlich mittlerer Leistung (Nutzleistung) zu der zugeführten zeitlich mittleren Leistung (für die gesamte Schaltung), d. h.:

$$\eta_{total} = \frac{\frac{1}{T} \int_0^T P_{out}(t) dt}{\frac{1}{T} \int_0^T P_{DC}(t) dt + \frac{1}{T} \int_0^T P_{in}(t) dt} = \frac{\bar{P}_{out}}{\bar{P}_{DC} + \bar{P}_{in}} \quad (5.2.1)$$

mit

$\bar{P}_{out}$  als Ausgangsleistung (Nutzleistung)

$\bar{P}_{DC}$  als Gleichspannungsleistung

$\bar{P}_{in}$  als Eingangsleistung (Nutzsignal)

oder mit Berücksichtigung jeder einzelnen Gleichspannung der Leistungsverstärker A und B:

$$\eta_{total} = \frac{\bar{P}_{out}}{\bar{P}_{DC,A} + \bar{P}_{DC,B} + \bar{P}_{in}} \quad (5.2.2)$$

Mit Bezug auf die Definition des Wirkungsgrades für jeden Leistungsverstärker (analoge Definition zu  $\eta_{total}$ ) wird die Gleichung 5.2.2 umgeschrieben in:

$$\eta_{total} = \frac{\bar{P}_{out}}{\left(\frac{\bar{P}_{out,A}}{\eta_A} - \bar{P}_{in,A}\right) + \left(\frac{\bar{P}_{out,B}}{\eta_B} - \bar{P}_{in,B}\right) + \bar{P}_{in}} \quad (5.2.3)$$

mit

$\eta_A$  und  $\eta_B$  als Wirkungsgrad des Leistungsverstärkers A und B  
 $P_{out,A}$ ,  $P_{out,B}$  und  $P_{in,A}$ ,  $P_{in,B}$  als Ausgangsleistung (Nutzleistung) bzw.  
 Eingangsleistung des Leistungsverstärkers A und B

oder

$$\eta_{total} = \frac{\bar{P}_{out}}{\frac{\bar{P}_{out,A}}{\eta_A} + \frac{\bar{P}_{out,B}}{\eta_B} - (\bar{P}_{in,A} + \bar{P}_{in,B} - \bar{P}_{in})} \quad (5.2.4)$$

Die Gleichung 5.2.4 kann mit den Annahmen in Kapitel 2 vereinfacht werden:

- a) Beide Leistungsverstärker sind identisch und werden mit den gleichen Bedingungen betrieben, so dass  $\eta_A \approx \eta_B = \eta$  ist.
- b) Bei hoher Verstärkung ist die Eingangsleistung  $P_{in}$  relativ gering und wird darüber hinaus bei verlustloser Eingangsteiler-Schaltung durch die beiden Teilleistungen im Klammerausdruck aufgehoben.

Dann wird die Gleichung 5.2.4 vereinfacht zu:

$$\eta_{total} \approx \eta \left( \frac{\bar{P}_{out}}{\bar{P}_{out,A} + \bar{P}_{out,B}} \right) \quad (5.2.5)$$

Zur Vereinfachung unsere Kalkulation wird die Gleichung 5.2.5 in Spannungssignale gewandelt ( $P = \frac{1}{2} \frac{u^2}{Z_0}$  mit  $Z_0$  als Bezugswiderstand):

$$\eta_{total} \approx \eta \left( \frac{\hat{u}_{out}^2}{\hat{u}_{out,A}^2 + \hat{u}_{out,B}^2} \right) \quad (5.2.6)$$

Wenn die gesamte Ausgangsspannung  $\hat{u}_{out}$  mit Berücksichtigung der Dämpfung (Verluste) der Verzögerungsleitung und des Leistungsaddierers in der zweiten Schleife in ihre Komponenten zerlegt wird, dann gilt:

$$\eta_{total} \approx \eta \frac{(l \cdot k_2 \cdot T \cdot \hat{u}_{out,A} + t_2 \cdot \hat{u}_{out,B})^2}{(\hat{u}_{out,A}^2 + \hat{u}_{out,B}^2)} \quad (5.2.7)$$

mit

$l$  als der Verlustfaktor der Verzögerungsleitung  
 $T$  als Transmissionfaktor des Richtkopplers  
 $t_2$  und  $k_2$  als Transmission- bzw. Kopplungsfaktor (inklusive Verluste)  
des Leistungsaddierers

Die Verluste der Verzögerungsleitung und des Leistungsteilers in der ersten Schleife werden nicht betrachtet, da der Verstärker einen großen Verstärkungsfaktor hat. Mit Rücksicht auf die volle Korrelation beider Signale  $\hat{u}_{out,A}$  und  $\hat{u}_{out,B}$  ergibt sich:

$$\eta_{total} \approx \eta \left( \frac{l^2 \cdot k_2^2 \cdot T^2 \cdot \hat{u}_{out,A}^2 + t_2^2 \cdot \hat{u}_{out,B}^2 + 2 \cdot l \cdot k_2 \cdot t_2 \cdot T \cdot \hat{u}_{out,A} \cdot \hat{u}_{out,B}}{\hat{u}_{out,A}^2 + \hat{u}_{out,B}^2} \right) \quad (5.2.8)$$

Aufgrund der Funktion der Schaltung sind beide Ausgangsspannungen der Leistungsverstärker A und B nahezu gleich  $\hat{u}_{out,A} \approx \hat{u}_{out,B}$ . Damit wird die Gleichung 5.2.8 vereinfacht zu:

$$\eta_{total} \approx \eta \left( \frac{l^2 \cdot T^2 \cdot k_2^2 + t_2^2 + 2 \cdot T \cdot l \cdot k_2 \cdot t_2}{2} \right) \quad (5.2.9)$$

Mit der Eingabe des Transmission- bzw. Kopplungsfaktors des Leistungsaddierers und Transmissionfaktors des Richtkopplers und ebenso mit den gemessenen Verlusten der Verzögerungsleitung bzw. des Leistungsaddierers:

$$\begin{aligned} t_2 = k_2 &= \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 0,97 \hat{=} (-3 \text{ dB} - 0,2 \text{ dB}) \\ T &\approx 1 \\ l &= 0,91 \hat{=} -0,8 \text{ dB} \end{aligned}$$

gilt für den gesamten Wirkungsgrad unserer Experimental-Schaltung:

$$\eta_{total} \approx (0,85)\eta_A = (0,85)\eta_B \quad (5.2.10)$$

Der Wirkungsgrad der Leistungsverstärker A und B wurde für  $P_{in}=+3$  dBm mit ca. 40% gemessen. Mit Berücksichtigung des Verlust der Nutzleistung von ca. 0,35 dB entsprechend der Einstellung der Simulation (ca. 35° Phasen-Fehler) beträgt der praktische gesamte Wirkungsgrad ca. 34%, der fast 3 mal größer als der übliche in dem klassischen  $FF$ -Verstärker ist.

## 5.3 Stabilität

Wie im Kapitel 2 betont wurde, ist die Stabilität nicht unseres größtes Problem. Der vorgestellte Entwurf ist keine Feedback-Schaltung, die nur unter speziellen Bedingungen stabil ist [(Nyq32)], [(Bod45)].

Um das gesamte System stabil zu halten, muss jede einzelne Schleife stabil sein. Aus diesem Grund wird die Stabilität jeder Schleife getrennt betrachtet. Für die Stabilitätsuntersuchung wird die Verstärkung eines rücklaufenden Signals in der ersten Schleife bestimmt, da ein verstärktes Signal durch den Richtkoppler in der ersten Schleife zum Eingang zurückgekoppelt werden kann [(Pot99)].

Die Rückkopplung des Verstärkers selbst wird als vernachlässigbar angenommen (absolut stabil mit hoher Stabilitätsreserve). In der Realität hat ein Richtkoppler keine perfekte Direktivität und ein Teil des Signales wird auch wegen nicht perfekter Anpassung an den Ausgängen zum eigentlich entkoppelten Tor gekoppelt.

Die Direktivität ( $d$ ) eines Richtkopplers wird definiert als:

$$d = \frac{i}{c}$$

mit

$c$  als Kopplungsfaktor des Richtkopplers

$i$  als Isolationsfaktor des Richtkopplers

oder in dB:

$$D = I - C \tag{5.3.1}$$

Wenn der gesamte Verstärkungsfaktor des rücklaufenden Signals in der ersten Schleife größer als 1 ist, ist eine Instabilität möglich.

Die Stabilitätsbedingung für die 1.Schleife lautet daher (Abbildung 5.2):

$$g_1 = \nu \cdot k \cdot d \cdot l_1 \cdot d_1 < 1$$

mit

$l_1$  als Verlustfaktor der Verzögerungsleitung B

$d_1$  als Direktivität des Eingangsteilers

oder in dB:

$$G_1 = V + K + D + L_1 + D_1 < 0 \tag{5.3.2}$$

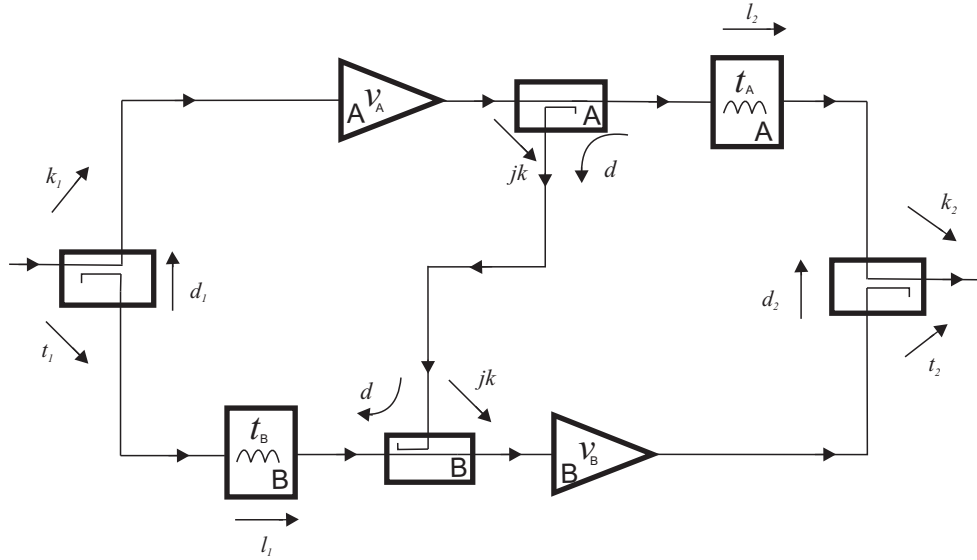


Abbildung 5.2: Stabilitätsuntersuchung der Schaltung

Mit den bekannten Daten aus der Schaltung ( $\nu \approx 446$ ,  $k \approx 0,067$ ) und mit weiteren realistischen Spezifikations-Daten ( $l_1 \approx 0,83$ ,  $d_1 \approx 0,1$  und  $d \approx 0,1 \hat{=} -20$  dB) gilt:

$$g_1 \approx 0,25 \hat{=} -12 \text{ dB} \quad (5.3.3)$$

D. h. die Bedingung für Stabilität ist erfüllt. Im ungünstigsten Fall, bei Fehlanpassung des Leistungsverstärkers B kann  $d$  gleich  $k$  werden (d. h. wir kommen auf einen maximale Wert von  $d+k \approx 0,16$ ), was aber immer noch unkritisch ist, da  $k \approx 0,06$ .

Man erkennt, dass Stabilität stark von der Verstärkung  $\nu$  abhängt; für den Fall einer wesentlich höheren Verstärkung würde aber entsprechend der Schleifenbedingung  $k^2\nu \approx 2$  auch die Koppeldämpfung der Richtkoppler im gleichen Maße erhöht, so dass damit keine Instabilität einhergehen würde. Für die zweite Schleife ist auch ein rücklaufendes Signal möglich. Aus diesem Grund ist eine Schleifen-Verstärkung berechenbar, die kleiner als 1 sein muss, um die 2. Schleife auch stabil zu halten.

Wie bei der erste Schleife muss auch hier gelten:

$$g_2 = d \cdot k \cdot \nu \cdot d_2 \cdot l_2 < 1$$

mit

$d_2$  als Direktivität des Ausgangsaddierers

$l_2$  als Verlustfaktor der Verzögerungsleitung A

oder in dB:

$$G_2 = V + D + K + D_2 + L_2 < 0 \quad (5.3.4)$$



Mit Datenblattwerten und mit den bekannten Daten aus der Schaltung wird ersichtlich, dass die Stabilität der 2. Schleife gewährleistet wird, da gilt:

$$g_2 \approx 0,23 \hat{=} -12,5 \text{ dB} \quad (5.3.5)$$

Im ungünstigsten Fall der vollständigen Fehlanpassung am Ausgang (z. B. Leerlauf) wird  $d_2$  durch  $t_2 \cdot k_2$  ersetzt und wir kommen etwas näher an die Stabilitätsgrenze mit

$$g_2 = d \cdot k \cdot \nu \cdot t_2 \cdot k_2 \cdot l_2 = 0,79 \hat{=} -2 \text{ dB} \quad (5.3.6)$$

Für die Stabilität der gesamten Schaltung müssen beide Gleichungen 5.3.3 und 5.3.5 zusammen erfüllt werden.

## 6 Zusammenfassung

Diese Arbeit berichtet über die Untersuchung einer neuartigen Schaltung für hochlineare Leistungsverstärker nach dem Konzept der Feed Forward-Verstärker.

Hochlineare Verstärker werden vor Allem in Basis-Stationen von modernen Mobilfunksystemen benötigt, wo in den Leistungsverstärkern eine Anzahl von Downlink- Signalen gleichzeitig verstärkt werden und wo daher durch Intermodulation an den nicht linearen Übertragungs- Charakteristiken erhebliche Störleistungen bis in das Uplink- Band erzeugt werden können.

Ein verbreitetes Schaltungskonzept zur Verbesserung der Linearität von Leistungsverstärkern ist der "Feed Forward" ( $FF$ )- Verstärker, der einen Hilfsverstärker verwendet um ein Intermodulationssignal zu erzeugen, welches das des Hauptverstärkers kompensieren kann. Allerdings muss der Hilfsverstärker besonders linear arbeiten, was durch deutliche "Überdimensionierung" erreicht wird aber deshalb auch hohen Leistungsverbrauch bedeutet und damit den Wirkungsgrad des Linear- Verstärkers stark mindert. In dieser Arbeit wird ein Konzept untersucht, das diesen Nachteil überwindet indem der zweite Verstärker so betrieben wird, dass er etwa gleich viel zur Leistung der Nutzsignale beiträgt wie der erste Leistungsverstärker und gleichzeitig die Intermodulationsprodukte des ersten Leistungsverstärkers kompensiert. Diese Schaltung wird als "Feed Forward Power Combiner" ( $FF - PC$ ) bezeichnet und kombiniert die Eigenschaften der konventionellen Leistungskombination von zwei gleichen Leistungsverstärkern ("Parallel Power Combiner Amplifier") mit der zwei- Schleifen- Vorwärtskorrektur der "Feed Forward Amplifier". Insbesondere wird in der Arbeit zunächst die allgemeine Funktion der  $FF$ -Power Combiner- Schaltung diskutiert und die Einstellung der zwei Schleifen bestimmt. Im Weiteren wird ein Demonstrator- Verstärker aufgebaut und vermessen und mit Hilfe von mathematischen Modellen für die Einzel-Leistungsverstärker wird diese Schaltung simuliert. Es zeigt sich, dass die  $FF - PC$ - Schaltung durchaus bei hoher Aussteuerung sehr geringe Intermodulationsleistungen erzeugen kann bei doppelter Ausgangsleistung und bei erheblich besserem Wirkungsgrad als bei herkömmlichen  $FF$ -Verstärkern, allerdings gelten die entsprechenden Einstellungen der Schleifen nur für einen schmalen Bereich der Nutzsignalpegel.

Mit Hilfe der Schaltungssimulation wird in der Arbeit vor Allem herausgearbeitet wie sich die Pegelabhängigkeit der Verstärkung der beiden Leistungsverstärker im Bereich der Sättigung kritisch auf die Einstellung der zwei Schleifen auswirkt.

Ebenso zeigt die Simulation, dass Unterschiede zwischen den beiden Leistungsverstärkern auftreten müssen durch eine unvermeidbare Übersteuerung des zweiten Leistungsverstärkers zur Erfüllung seiner Aufgabe der Erzeugung von Intermodulationsprodukten, die die des ersten Leistungsverstärkers kompensieren.

Die Simulation der Gesamtschaltung wird maßgeblich bestimmt durch die Modelle für die Übertragungs- Charakteristiken der beiden Leistungsverstärker.

Ein Schwerpunkt der Arbeit liegt daher bei der Modellierung der Einzel-Leistungsverstärker: Dies wird zunächst durch die Approximation der Amplituden- Übertragungsfunktion der Leistungsverstärker durch eine Taylor- Reihe versucht, was allerdings zu unzulässigen Nullstellen in der Intermodulations- Charakteristik führt. Eine deutliche Verbesserung wird erreicht durch den Ansatz einer komplexen Taylor- Reihe, die auch die Pegelabhängigkeit der Verstärkungsphase approximieren kann und als eine vereinfachte Form der Volterra-Reihe verstanden werden kann.

Bei der Bestimmung der Koeffizienten der Taylor- Reihe werden Messungen der Pegel von Nutzsignalen (Zweitonaussteuerung) und mehreren Intermodulationsprodukten als Funktion der Eingangspegel ausgewertet sowie die Messung der komplexen Verstärkung im Bereich der Verstärkersättigung. Dennoch bleiben deutliche Abweichungen zwischen gemessenen Übertragungsfunktionen und Ergebnissen der Simulation: Insbesondere verbleiben in der Nähe der Aussteuergrenze schwingungsförmige Approximationsfehler und oberhalb der Aussteuergrenze divergiert die Taylor- Reihe sehr steil. Diese Eigenschaften der Leistungsverstärker- Modelle bilden sich auch im Modell der Gesamtsschaltung ab, sodass die Interpretation der Ergebnisse erschwert wird.

Insgesamt führt die Untersuchung der  $FF$ -Power Combiner- Schaltung zum Ergebnis, dass dem verbesserten Wirkungsgrad durchaus Nachteile gegenüber dem konventionellen  $FF$ -Verstärker gegenüberstehen: Insbesondere verlangt die sehr kritische Pegelabhängigkeit der Schleifenabstimmung mehr noch als im konventionellen  $FF$ -Verstärker nach einer adaptiven Einstellung. Darüber hinaus geht zwar nicht die absolute Stabilität der Vorwärtskorrektur- Schaltung verloren, jedoch wird die Durchgangsverstärkung abgesenkt (erfordert daher eine zusätzliche Kleinsignal- Verstärkerstufe) und die Rauschzahl des Gesamtverstärkers steigt auf das Niveau der beiden Leistungsverstärker.

Im Vergleich zur reinen parallelen Leistungskombination von zwei gleichen Leistungsverstärkern zeigt die  $FF$ -Power Combiner- Schaltung ebenfalls geringere Verstärkung jedoch bei nur leicht geringerer Ausgangsleistung (wegen der Dämpfung durch die Verzögerungsleitung in einem der beiden Verstärkerzweige); dafür ist allerdings das Intermodulationsverhalten im  $FF$ -Power Combiner in einem eingestellten Aussteuer- Arbeitspunkt um Größenordnungen besser.

# A Anhang

## A.1 Einton-Messung (Taylor Reihe)

Für die Übertragungsfunktion

$$u_{out}(u_{in}(t)) = c_1 u_{in}(t) + c_2 u_{in}^2(t) + c_3 u_{in}^3(t) + \dots + c_n u_{in}^n(t) = \sum_{n=1}^N c_n u_{in}^n(t) \quad (\text{A.1.1})$$

mit  $u_{in}(t) = \hat{u}_{in} \cos(\omega t)$  gilt:

$$\begin{aligned} u_{out}(t) = & \hat{u}_{in} c_1 \cos(\omega t) \\ & + \frac{\hat{u}_{in}^2}{2} c_2 (1 + \cos(2\omega t)) \\ & + \frac{\hat{u}_{in}^3}{4} c_3 (3 \cos(\omega t) + \cos(3\omega t)) \\ & + \frac{\hat{u}_{in}^4}{8} c_4 (3 + 4 \cos(2\omega t) + \cos(4\omega t)) \\ & + \frac{\hat{u}_{in}^5}{16} c_5 (10 \cos(\omega t) + 5 \cos(3\omega t) + \cos(5\omega t)) \\ & + \frac{\hat{u}_{in}^6}{32} c_6 (10 + 15 \cos(2\omega t) + 6 \cos(4\omega t) + \cos(6\omega t)) \\ & + \frac{\hat{u}_{in}^7}{64} c_7 (35 \cos(\omega t) + 21 \cos(3\omega t) + 7 \cos(5\omega t) + \cos(7\omega t)) \\ & + \frac{\hat{u}_{in}^8}{128} c_8 (35 + 56 \cos(2\omega t) + 28 \cos(4\omega t) + 8 \cos(6\omega t) + \cos(8\omega t)) \\ & + \frac{\hat{u}_{in}^9}{256} c_9 (126 \cos(\omega t) + 84 \cos(3\omega t) + 36 \cos(5\omega t) + 9 \cos(7\omega t) + \cos(9\omega t)) \\ & + \dots \end{aligned}$$

oder

$$\begin{aligned}
 u_{out}(t) = & \frac{\hat{u}_{in}^2}{2}c_2 + \frac{3\hat{u}_{in}^4}{8}c_4 + \frac{10\hat{u}_{in}^6}{32}c_6 + \dots \\
 & + \left[ \hat{u}_{in}c_1 + \frac{3\hat{u}_{in}^3}{4}c_3 + \frac{10\hat{u}_{in}^5}{16}c_5 + \frac{35\hat{u}_{in}^7}{64}c_7 + \frac{126\hat{u}_{in}^9}{256}c_9 + \frac{462\hat{u}_{in}^{11}}{2^{10}}c_{11} + \frac{1716\hat{u}_{in}^{13}}{2^{12}}c_{13} + \dots \right] \cos(\omega t) \\
 & + \left[ \frac{\hat{u}_{in}^2}{2}c_2 + \frac{4\hat{u}_{in}^4}{8}c_4 + \frac{15\hat{u}_{in}^6}{32}c_6 + \dots \right] \cos(2\omega t) \\
 & + \left[ \frac{\hat{u}_{in}^3}{4}c_3 + \frac{5\hat{u}_{in}^5}{16}c_5 + \frac{215\hat{u}_{in}^7}{64}c_7 + \dots \right] \cos(3\omega t) \\
 & + \left[ \frac{\hat{u}_{in}^4}{8}c_4 + \frac{6\hat{u}_{in}^6}{32}c_6 + \frac{28\hat{u}_{in}^8}{128}c_8 + \dots \right] \cos(4\omega t) \\
 & + \left[ \frac{\hat{u}_{in}^5}{16}c_5 + \frac{7\hat{u}_{in}^7}{64}c_7 + \frac{36\hat{u}_{in}^9}{256}c_9 + \dots \right] \cos(5\omega t) \\
 & + \left[ \frac{\hat{u}_{in}^6}{32}c_6 + \frac{8\hat{u}_{in}^8}{128}c_8 + \dots \right] \cos(6\omega t) \\
 & + \left[ \frac{\hat{u}_{in}^7}{64}c_7 + \frac{9\hat{u}_{in}^9}{256}c_9 + \dots \right] \cos(7\omega t) \\
 & + \dots
 \end{aligned}
 \tag{A.1.2}$$

und allgemein gilt:

$$\begin{aligned}
u_{out}(t) &= \sum_{n=1}^{N/2} \frac{1}{2} \binom{2n}{n} \frac{\hat{u}_{in}^{2n}}{2^{2n}} c_{2n} \\
&+ \sum_{n=1}^{N/2} \binom{2n-1}{n-1} \frac{\hat{u}_{in}^{2n-1}}{2^{2n-2}} c_{2n-1} \cos(\omega t) \\
&+ \sum_{n=1}^{N/2} \binom{2n}{n-1} \frac{\hat{u}_{in}^{2n}}{2^{2n-1}} c_{2n} \cos(2\omega t) \\
&+ \sum_{n=2}^{N/2} \binom{2n-1}{n-2} \frac{\hat{u}_{in}^{2n-1}}{2^{2n-2}} c_{2n-1} \cos(3\omega t) \\
&+ \sum_{n=2}^{N/2} \binom{2n}{n-2} \frac{\hat{u}_{in}^{2n}}{2^{2n-1}} c_{2n} \cos(4\omega t) \\
&+ \dots \\
&+ \sum_{n=N/2}^{N/2} \binom{2n-1}{n-N/2} \frac{\hat{u}_{in}^{2n-1}}{2^{2n-2}} c_{2n-1} \cos((2N-1)\omega t) \\
&+ \sum_{n=N/2}^{N/2} \binom{2n}{n-N/2} \frac{\hat{u}_{in}^{2n}}{2^{2n-1}} c_{2n} \cos((2N)\omega t) \\
&= \sum_{n=1}^{N/2} \frac{1}{2} \binom{2n}{n} \frac{\hat{u}_{in}^{2n}}{2^{2n}} c_{2n} \\
&+ \sum_{m=1}^{N/2} \left\{ \sum_{n=m}^{N/2} \binom{2n-1}{n-m} \frac{\hat{u}_{in}^{2n-1}}{2^{2n-2}} c_{2n-1} \cos((2m-1)\omega t) \right\} \\
&+ \sum_{m=1}^{N/2} \left\{ \sum_{n=m}^{N/2} \binom{2n}{n-m} \frac{\hat{u}_{in}^{2n}}{2^{2n-1}} c_{2n} \cos((2m)\omega t) \right\}
\end{aligned} \tag{A.1.3}$$

## A.2 Zweiton-Messung (Taylor Reihe)

Für die Formeln der Zweiton-Messung mit  $u_{in}(t) = \hat{u}_{in}(\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t))$  gilt:

$$\begin{aligned}
 u_{out}(t) = & \left[ \hat{u}_{in} c_1 + \frac{9\hat{u}_{in}^3}{4} c_3 + \frac{100\hat{u}_{in}^5}{16} c_5 + \frac{1225\hat{u}_{in}^7}{64} c_7 + \frac{15876\hat{u}_{in}^9}{256} c_9 + \frac{53361\hat{u}_{in}^{11}}{256} c_{11} \right. \\
 & + \left. \frac{184041\hat{u}_{in}^{13}}{2^8} c_{13} + \dots \right] (\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)) \\
 & + \left[ \frac{3\hat{u}_{in}^3}{4} c_3 + \frac{50\hat{u}_{in}^5}{16} c_5 + \frac{735\hat{u}_{in}^7}{64} c_7 + \frac{10584\hat{u}_{in}^9}{256} c_9 + \frac{38115\hat{u}_{in}^{11}}{256} c_{11} \right. \\
 & + \left. \frac{552123\hat{u}_{in}^{13}}{2^{10}} c_{13} + \dots \right] (\cos((2\omega_1 - \omega_2)t) + \cos((2\omega_2 - \omega_1)t)) \\
 & + \left[ \frac{10\hat{u}_{in}^5}{16} c_5 + \frac{245\hat{u}_{in}^7}{64} c_7 + \frac{4536\hat{u}_{in}^9}{256} c_9 + \frac{38115\hat{u}_{in}^{11}}{512} c_{11} \right. \\
 & + \left. \frac{306735\hat{u}_{in}^{13}}{2^{10}} c_{13} + \dots \right] (\cos((3\omega_1 - 2\omega_2)t) + \cos((3\omega_2 - 2\omega_1)t)) \\
 & + \left[ \frac{35\hat{u}_{in}^7}{64} c_7 + \frac{1134\hat{u}_{in}^9}{256} c_9 + \frac{12705\hat{u}_{in}^{11}}{512} c_{11} \right. \\
 & + \left. \frac{61347\hat{u}_{in}^{13}}{2^9} c_{13} + \dots \right] (\cos((4\omega_1 - 3\omega_2)t) + \cos((4\omega_2 - 3\omega_1)t)) \\
 & + \left[ \frac{126\hat{u}_{in}^9}{256} c_9 + \frac{2541\hat{u}_{in}^{11}}{512} c_{11} + \frac{16731\hat{u}_{in}^{13}}{8} c_{13} + \dots \right] (\cos((5\omega_1 - 4\omega_2)t) + \cos((5\omega_2 - 4\omega_1)t)) \\
 & + \left[ \frac{\hat{u}_{in}^3}{4} c_3 + \frac{25\hat{u}_{in}^5}{16} c_5 + \frac{441\hat{u}_{in}^7}{64} c_7 + \frac{7056\hat{u}_{in}^9}{256} c_9 + \dots \right] (\cos(3\omega_1 t) + \cos(3\omega_2 t))
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[ \frac{3\hat{u}_{in}^3}{4}c_3 + \frac{50\hat{u}_{in}^5}{16}c_5 + \frac{735\hat{u}_{in}^7}{64}c_7 + \frac{10584\hat{u}_{in}^9}{256}c_9 + \dots \right] (\cos((2\omega_1 + \omega_2)t) + \cos((2\omega_2 + \omega_1)t)) \\
& + \left[ \frac{5\hat{u}_{in}^5}{16}c_5 + \frac{147\hat{u}_{in}^7}{64}c_7 + \frac{3024\hat{u}_{in}^9}{256}c_9 + \dots \right] (\cos((4\omega_1 - \omega_2)t) + \cos((4\omega_2 - \omega_1)t)) \\
& + \left[ \frac{21\hat{u}_{in}^7}{64}c_7 + \frac{756\hat{u}_{in}^9}{256}c_9 + \dots \right] (\cos((5\omega_1 - 2\omega_2)t) + \cos((5\omega_2 - 2\omega_1)t)) \\
& + \left[ \frac{84\hat{u}_{in}^9}{256}c_9 + \dots \right] (\cos((6\omega_1 - 3\omega_2)t) + \cos((6\omega_2 - 3\omega_1)t)) \\
& + \left[ \frac{\hat{u}_{in}^5}{16}c_5 + \frac{49\hat{u}_{in}^7}{64}c_7 + \frac{1296\hat{u}_{in}^9}{256}c_9 + \dots \right] (\cos(5\omega_1 t) + \cos(5\omega_2 t)) \\
& + \left[ \frac{10\hat{u}_{in}^5}{16}c_5 + \frac{245\hat{u}_{in}^7}{64}c_7 + \frac{4536\hat{u}_{in}^9}{256}c_9 + \dots \right] (\cos((3\omega_1 + 2\omega_2)t) + \cos((3\omega_2 + 2\omega_1)t)) \\
& + \left[ \frac{5\hat{u}_{in}^5}{16}c_5 + \frac{147\hat{u}_{in}^7}{64}c_7 + \frac{3024\hat{u}_{in}^9}{256}c_9 + \dots \right] (\cos((4\omega_1 + \omega_2)t) + \cos((4\omega_2 + \omega_1)t)) \\
& + \left[ \frac{7\hat{u}_{in}^7}{64}c_7 + \frac{324\hat{u}_{in}^9}{256}c_9 + \dots \right] (\cos((6\omega_1 - \omega_2)t) + \cos((6\omega_2 - \omega_1)t)) \\
& + \left[ \frac{7\hat{u}_{in}^7}{64}c_7 + \frac{324\hat{u}_{in}^9}{256}c_9 + \dots \right] (\cos((6\omega_1 - \omega_2)t) + \cos((6\omega_2 - \omega_1)t)) \\
& + \left[ \frac{\hat{u}_{in}^7}{64}c_7 + \frac{81\hat{u}_{in}^9}{256}c_9 + \dots \right] (\cos(7\omega_1 t) + \cos(7\omega_2 t))
\end{aligned} \tag{A.2.1}$$

Allgemein lässt sich die Übertragungsfunktion schreiben als (nur für die erzeugte Intermodulationsprodukte verschiedener Ordnung in-Band):



$$\begin{aligned}
u_{out}(t) &= \sum_{n=0}^{(N-1)/2} \binom{2n+1}{n} \binom{2n+1}{n} \frac{\hat{u}_{in}^{2n+1}}{2^{2n}} c_{2n+1} \{\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)\} \\
&+ \sum_{n=1}^{(N-1)/2} \binom{2n+1}{n} \binom{2n+1}{n-1} \frac{\hat{u}_{in}^{2n+1}}{2^{2n}} c_{2n+1} \{\cos((2\omega_1 - \omega_2)t) + \cos((2\omega_2 - \omega_1)t)\} \\
&+ \sum_{n=2}^{(N-1)/2} \binom{2n+1}{n} \binom{2n+1}{n-2} \frac{\hat{u}_{in}^{2n+1}}{2^{2n}} c_{2n+1} \{\cos((3\omega_1 - 2\omega_2)t) + \cos((3\omega_2 - 2\omega_1)t)\} \\
&+ \sum_{n=3}^{(N-1)/2} \binom{2n+1}{n} \binom{2n+1}{n-3} \frac{\hat{u}_{in}^{2n+1}}{2^{2n}} c_{2n+1} \{\cos((4\omega_1 - 3\omega_2)t) + \cos((4\omega_2 - 3\omega_1)t)\} \\
&+ \dots \\
&+ \sum_{n=(N-1)/2}^{(N-1)/2} \binom{2n+1}{n} \binom{2n+1}{n - (\frac{N-1}{2})} \frac{\hat{u}_{in}^{2n+1}}{2^{2n}} c_{2n+1} \cos(((\frac{N+1}{2})\omega_1 - (\frac{N-1}{2})\omega_2)t) \\
&+ \sum_{n=(N-1)/2}^{(N-1)/2} \binom{2n+1}{n} \binom{2n+1}{n - (\frac{N-1}{2})} \frac{\hat{u}_{in}^{2n+1}}{2^{2n}} c_{2n+1} \cos(((\frac{N+1}{2})\omega_2 - (\frac{N-1}{2})\omega_1)t) \\
&= \sum_{m=0}^{(N-1)/2} \left\{ \sum_{n=m}^{(N-1)/2} \binom{2n+1}{n} \binom{2n+1}{n-m} \frac{\hat{u}_{in}^{2n+1}}{2^{2n}} c_{2n+1} \cos(((m+1)\omega_1 - m\omega_2)t) \right\} \\
&+ \sum_{m=0}^{(N-1)/2} \left\{ \sum_{n=m}^{(N-1)/2} \binom{2n+1}{n} \binom{2n+1}{n-m} \frac{\hat{u}_{in}^{2n+1}}{2^{2n}} c_{2n+1} \cos(((m+1)\omega_2 - m\omega_1)t) \right\}
\end{aligned} \tag{A.2.2}$$

### A.3 Gewichtsfaktoren und ihre Zusammenhänge mit Vorzeichen der Taylor- Koeffizienten

Für ein besseres Verständnis des Gewichtsfaktors und der entsprechende Zusammenhänge mit den Vorzeichen der gefundenen Parameter, wurde hier die Modellierung der Verstärker durchgeführt und das Nutzsignal und das *3IMD*-Produkt für zwei bzw. drei Parameter mit unterschiedlichen Gewichtsfaktoren untersucht und die gefundenen Ergebnisse grafisch miteinander verglichen.

Die Abbildungen A.1 und A.2 zeigen das gefundene Modell des Leistungsverstärkers A mit nur zwei Taylor-Koeffizienten  $c_1$  und  $c_3$ . Während in der Abbildung A.1 das Gewichtsfaktor-Verhältnis ( $\frac{G_1}{G_3}$ ) 1 ist, ist in der Abbildung A.2 dies 100 ( $G_1$  als Gewichtsfaktor für das Nutzsignal und  $G_3$  für das *3IMD*-Produkt).

In der Abbildung A.1 gibt es keine Übereinstimmung für das Nutzsignal bei grossen Ausgangsmesswerten (-18 dBm bis -11 dBm), wo die Vorzeichen  $c_1$  und  $c_3$  gleich sind. Der Grund ist: mit  $c_1 > 0$ ,  $c_3 > 0$  gibt es einen Anstieg des Ausgangssignals mit zunehmendem Eingangssignal, d. h. das Gegenteil von Sättigung.

Erst bei dem großen Gewichtsfaktor ( $G_1=100$ ) für die Grundwelle bzw. das Nutzsignal sieht man einen besseren Verlauf des Nutzsignals in hohen Eingangspegeln:  $c_1$  und  $c_3$  haben umgekehrtes Vorzeichen (Abbildung A.2).

Das Sättigungsverhalten im Nutzsignal im Gegensatz zur Abbildung A.1 ist deutlich besser, d. h. das Modell kann wegen der unterschiedlichen Vorzeichen der Parameter besser den Messwerten angenähert werden.

Das umgekehrte Vorzeichen für  $c_1$  und  $c_3$  wird üblicherweise bei Kleinsignalverstärkern vorausgesetzt. Man sieht in der Abbildung A.2 allerdings auch, dass im Bezug des kleinen Gewichtsfaktors  $G_3$  ( $G_1$  ist 100 mal größer als  $G_3$ ) die Abweichung von  $c_3$  im *3IMD*-Produkt größer ist als in der Abbildung A.1.

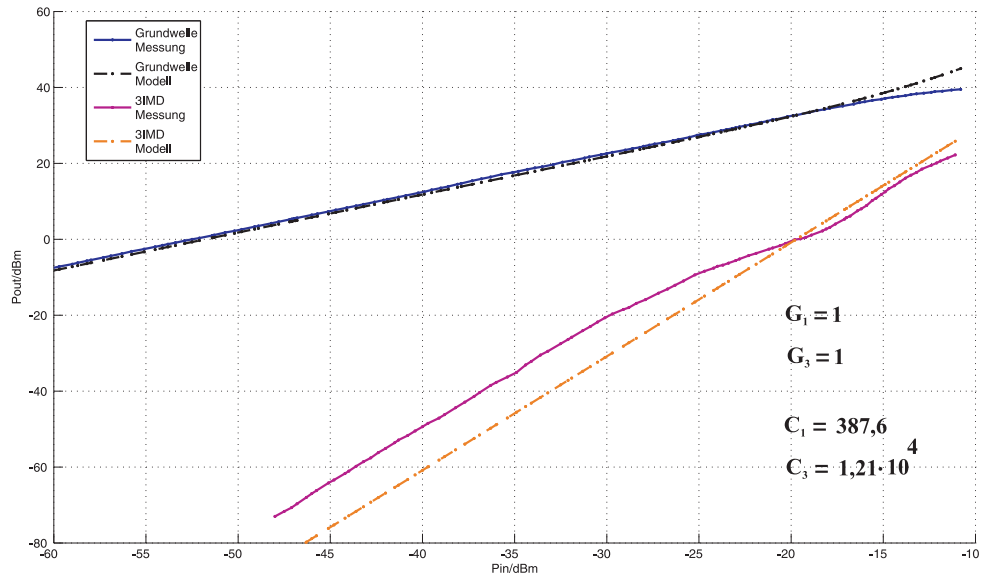


Abbildung A.1: Vergleich der Messung mit Modell-Ergebnissen des Leistungsverstärkers A mit  $N=3$  und  $\frac{G_1}{G_3} = 1$

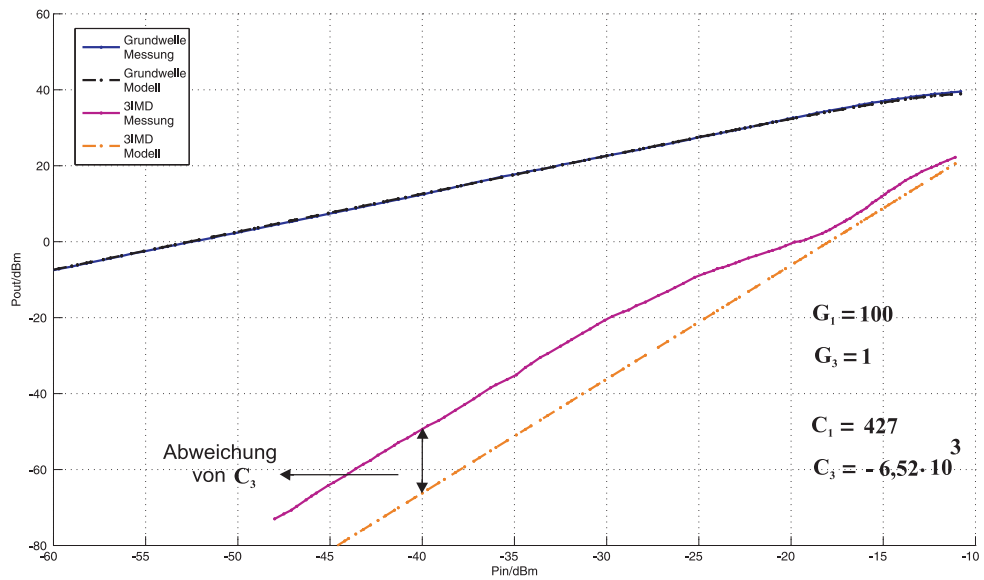


Abbildung A.2: Vergleich der Messung mit Modell-Ergebnissen des Leistungsverstärkers A mit  $N=3$  und  $\frac{G_1}{G_3} = 100$

Die Abbildungen A.3 und A.4 zeigen das Modell mit drei Taylor-Koeffizienten  $c_1$ ,  $c_3$  und  $c_5$ . Für den Fall  $G_1 = G_3 = 1$ , wo  $c_3$  und  $c_5$  das ungleiche Vorzeichen haben, sieht man einen Einbruch des  $3IMD$ -Produkts etwa bei -13 dBm was bedeutet, dass die beiden auf  $c_3$  und  $c_5$  beruhenden Terme (Gleichung 3.1.4) gleich groß sind mit unterschiedlichen Vorzeichen und für das Nutzsignal sieht man ein Abfall des Nutzsignalpegels im Modell wegen  $c_5 < 0$  nach einem anfänglichen Anstieg des Produkts wegen  $c_3 > 0$ .

Bei hohem Gewichtfaktor  $G_1$  ( $G_1=100$ ) hat man einen besseren Verlauf des Nutzsignals für grosse Eingangspegel, bei dem das Vorzeichen von  $c_3$  und  $c_5$  umgetauscht wird, d. h. das Modell kann wegen der abwechselnden Vorzeichen der Parameter ( $c_1 > 0$ ,  $c_3 < 0$ ,  $c_5 > 0$ ) den Messwerten besser angenähert werden (Abbildung A.4).

Man sieht wiederum in der Abbildung A.4: wenn der Gewichtfaktor des Nutzsignals  $G_1$  grösser wird ( $G_1$  ist 100 mal grösser als  $G_3$ ), wird dann die Abweichung im  $3IMD$ -Produkt grösser (im Vergleich mit der Abbildung A.3) aber das Sättigungsverhalten im Nutzsignal wird besser dargestellt.

Man erkennt weiterhin durch Vergleich mit den Ergebnissen aus den Bildern A.1 und A.2: Durch Hinzunahme von Koeffizienten wird die Abweichung des  $3IMD$ -Produkt geringer.

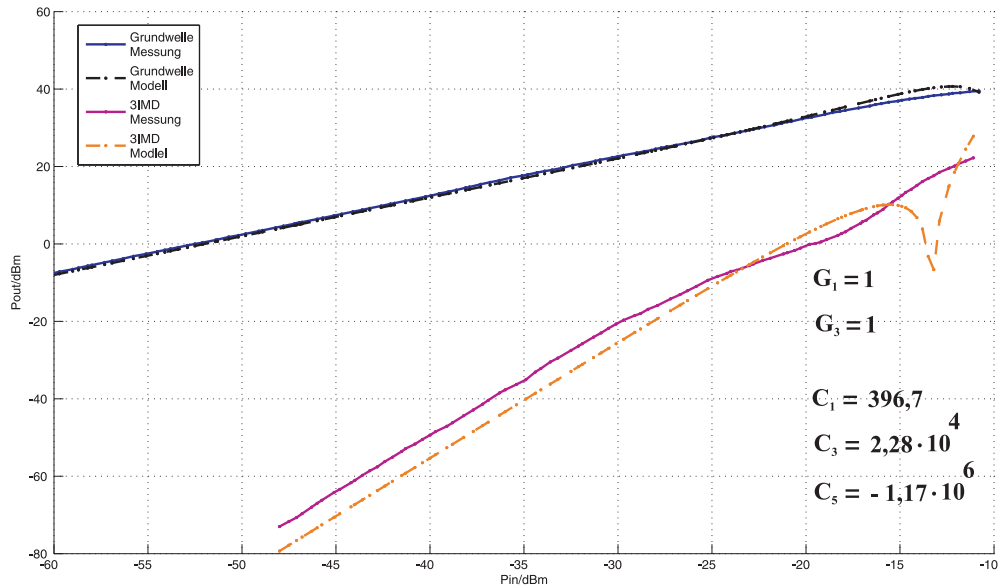


Abbildung A.3: Vergleich der Messung mit Modell-Ergebnissen des Leistungsverstärkers A mit  $N=5$  und  $\frac{G_1}{G_3} = 1$

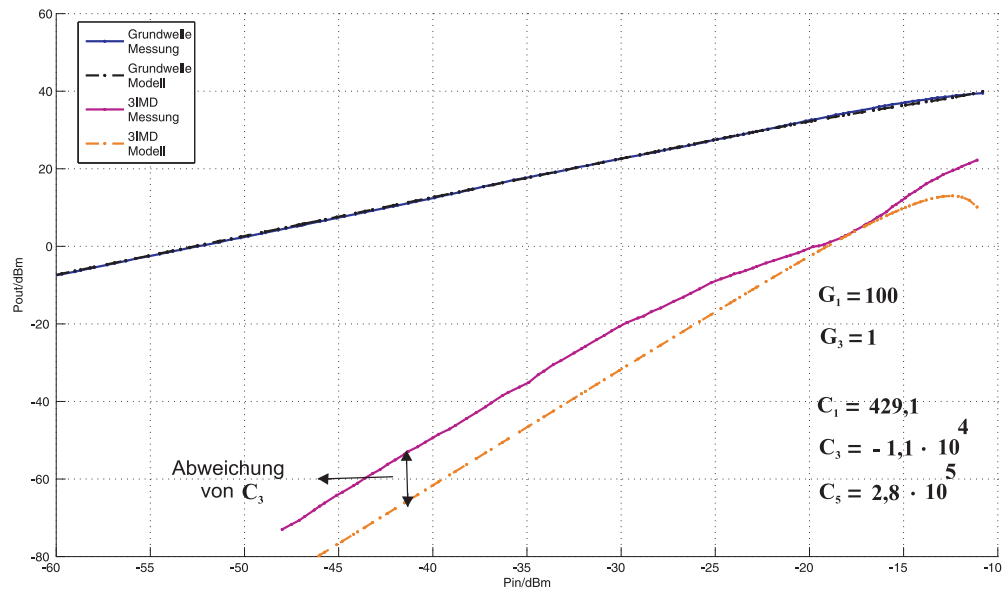


Abbildung A.4: Vergleich der Messung mit Modell-Ergebnissen des Leistungsverstärkers A mit  $N=5$  und  $\frac{G_1}{G_3} = 100$

## A.4 Zweitton-Messung (Volterra Reihe)

Für einen Verstärker bei Zweitonsaussteuerung mit ungleichen Amplituden  $\hat{u}_{in1}$  und  $\hat{u}_{in2}$  ( $u_{in}(t) = \hat{u}_{in1} \cos(\omega_1 t) + \hat{u}_{in2} \cos(\omega_2 t)$ ) kann die Summe aller erzeugten Signale (harmonisch, Mischprodukt etc.) am Ausgang für entsprechenden Frequenzen  $N\omega_1 + M\omega_2$  mit  $N, M \geq 0$  in einer geschlossene Form geschrieben werden [(Che94)]:

$$u_{out}(t) = e^{j(N\omega_1 + M\omega_2)t} \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(\frac{\hat{u}_{in1}}{2})^{2l+N} (\frac{\hat{u}_{in2}}{2})^{2k+M}}{(N+l)! (M+k)!} H_{N+l, l; M+k, k}(f_1, f_2) \quad (\text{A.4.1})$$

Die abgeleiteten Produkte für Grundwelle- und *3IMD*-Produkte sind:

$$\begin{aligned} u_{out}(t) = & e^{j\omega_1 t} \left[ \left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right) H_1(f_1) + \frac{(\frac{\hat{u}_{in1}}{2})(\frac{\hat{u}_{in2}}{2})^2}{1} H_3(f_1, f_2, -f_2) + \frac{1}{2} \left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right)^3 H_3(f_1, f_1, -f_1) \right. \\ & + \frac{(\frac{\hat{u}_{in1}}{2})(\frac{\hat{u}_{in2}}{2})^4}{4} H_5(f_1, f_2, f_2, -f_2, -f_2) + \frac{1}{2} \left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right)^3 \left( \frac{\hat{u}_{in2}}{2} \right)^2 H_5(f_1, f_1, -f_1, f_2, -f_2) \\ & + \frac{(\frac{\hat{u}_{in1}}{2})^5}{12} H_5(f_1, f_1, f_1, -f_1, -f_1) + \frac{(\frac{\hat{u}_{in1}}{2})(\frac{\hat{u}_{in2}}{2})^6}{3! \cdot 3!} H_7(f_1, f_2, f_2, f_2, -f_2, -f_2, -f_2) \\ & + \frac{(\frac{\hat{u}_{in1}}{2})^3 (\frac{\hat{u}_{in2}}{2})^4}{8} H_7(f_1, f_1, -f_1, f_2, f_2, -f_2, -f_2) + \frac{(\frac{\hat{u}_{in1}}{2})^5 (\frac{\hat{u}_{in2}}{2})^2}{12} H_7(f_1, f_1, f_1, -f_1, -f_1, f_2, -f_2) \\ & \left. + \frac{(\frac{\hat{u}_{in1}}{2})^7}{4! \cdot 3!} H_7(f_1, f_1, f_1, f_1, -f_1, -f_1, -f_1) + \dots \right] \\ & + e^{-j\omega_1 t} \left[ \left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right) H_1(-f_1) + \frac{(\frac{\hat{u}_{in1}}{2})(\frac{\hat{u}_{in2}}{2})^2}{1} H_3(-f_1, f_2, -f_2) + \frac{1}{2} \left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right)^3 H_3(-f_1, f_1, -f_1) \right. \\ & + \frac{(\frac{\hat{u}_{in1}}{2})(\frac{\hat{u}_{in2}}{2})^4}{4} H_5(-f_1, f_2, f_2, -f_2, -f_2) + \frac{1}{2} \left( \frac{\hat{u}_{in1}}{2} \right)^3 \left( \frac{\hat{u}_{in2}}{2} \right)^2 H_5(-f_1, f_1, -f_1, f_2, -f_2) \\ & \left. + \frac{(\frac{\hat{u}_{in1}}{2})^5}{12} H_5(-f_1, -f_1, -f_1, f_1, f_1) + \frac{(\frac{\hat{u}_{in1}}{2})(\frac{\hat{u}_{in2}}{2})^6}{3! \cdot 3!} H_7(-f_1, f_2, f_2, f_2, -f_2, -f_2, -f_2) \right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^3 \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^4}{8} H_7(-f_1, -f_1, f_1, f_2, f_2, -f_2, -f_2) + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^5 \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^2}{12} H_7(-f_1, -f_1, -f_1, f_1, f_1, f_2, -f_2) \\
& + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^7}{4! \cdot 3!} H_7(-f_1, -f_1, -f_1, -f_1, f_1, f_1, f_1) + \dots] \\
& + e^{j\omega_2 t} \left[ \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right) H_1(f_2) + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right) \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^2}{1} H_3(f_1, -f_1, f_2) + \frac{1}{2} \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^3 H_3(f_2, f_2, -f_2) \right. \\
& + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right) \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^4}{4} H_5(f_1, f_1, -f_1, -f_1, f_2) + \frac{1}{2} \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^3 \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^2 H_5(f_1, -f_1, f_2, f_2, -f_2) \\
& \left. + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^5}{12} H_5(f_2, f_2, f_2, -f_2, -f_2) + \dots \right] \\
& + e^{-j\omega_2 t} \left[ \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right) H_1(-f_2) + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right) \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^2}{1} H_3(f_1, -f_1, -f_2) + \frac{1}{2} \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^3 H_3(-f_2, -f_2, f_2) \right. \\
& + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right) \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^4}{4} H_5(f_1, f_1, -f_1, -f_1, -f_2) + \frac{1}{2} \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^3 \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^2 H_5(f_1, -f_1, -f_2, -f_2, f_2) \\
& \left. + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^5}{12} H_5(-f_2, -f_2, -f_2, f_2, f_2) + \dots \right] \\
& + e^{j(2\omega_1 - \omega_2)t} \left[ \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^2 \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)}{2} H_3(f_1, f_1, -f_2) + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^2 \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^3}{4} H_5(f_1, f_1, -f_2, -f_2, f_2) \right. \\
& + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^4 \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)}{6} H_5(f_1, f_1, f_1, -f_1, -f_2) + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^4 \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^3}{12} H_7(f_1, f_1, f_1, -f_1, -f_2, -f_2, f_1) \\
& \left. + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^2 \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^5}{24} H_7(f_1, f_1, -f_2, -f_2, -f_2, f_1, f_1) \right]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^6 \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)}{48} H_7(f_1, f_1, f_1, f_1, -f_1, -f_1, -f_2) + \dots] \\
& + e^{-j(2\omega_1 - \omega_2)t} \left[ \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^2 \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)}{2} H_3(-f_1, -f_1, f_2) + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^2 \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^3}{4} H_5(-f_1, -f_1, f_2, f_2, -f_2) \right. \\
& + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^4 \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)}{6} H_5(-f_1, -f_1, -f_1, f_1, f_2) + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^4 \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^3}{12} H_7(-f_1, -f_1, -f_1, f_1, f_2, f_2, -f_1) \\
& + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^2 \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^5}{24} H_7(-f_1, -f_1, f_2, f_2, f_2, -f_1, -f_1) \\
& + \left. \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^6 \left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)}{48} H_7(-f_1, -f_1, -f_1, -f_1, f_1, f_1, f_2) + \dots \right] \\
& + e^{j(\omega_1 - 2\omega_2)t} \left[ \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^2 \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)}{2} H_3(f_1, -f_2, -f_2) + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^2 \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^3}{4} H_5(f_1, f_1, -f_1, -f_2, -f_2) \right. \\
& + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^4 \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)}{6} H_5(f_1, -f_2, -f_2, -f_2, f_2) + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^4 \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^3}{12} H_7(f_1, f_1, -f_1, -f_2, -f_2, -f_2, f_2) \\
& + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^2 \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^5}{24} H_7(f_1, f_1, f_1, -f_1, -f_1, -f_2, -f_2) \\
& + \left. \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^6 \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)}{48} H_7(f_1, -f_2, -f_2, -f_2, -f_2, f_2, f_2) + \dots \right] \\
& + e^{-j(\omega_1 - 2\omega_2)t} \left[ \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^2 \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)}{2} H_3(-f_1, f_2, f_2) + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^2 \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^3}{4} H_5(-f_1, -f_1, f_1, f_2, f_2) \right. \\
& + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^4 \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)}{6} H_5(-f_1, f_2, f_2, f_2, -f_2) + \left. \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^4 \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^3}{12} H_7(-f_1, -f_1, f_1, f_2, f_2, f_2, -f_2) \right]
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^2 \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)^5}{24} H_7(-f_1, -f_1, -f_1, f_1, f_1, f_2, f_2) \\
& + \frac{\left(\frac{\hat{u}_{in2}}{2}\right)^6 \left(\frac{\hat{u}_{in1}}{2}\right)}{48} H_7(-f_1, f_2, f_2, f_2, f_2, -f_2, -f_2) + \cdots] + \cdots
\end{aligned} \tag{A.4.2}$$

## A.5 Simulationsergebnis für Leistungsverstärkermodellierung mit Eingangsleistungen bis -9 dBm

Die Abbildung A.5 zeigt die Simulationsergebnisse der gesamten Schaltung für Intermodulationskompensation bei  $P_{in} = +3$  dBm für Leistungsverstärkermodellierung mit Eingangsleistungen bis -9 dBm.

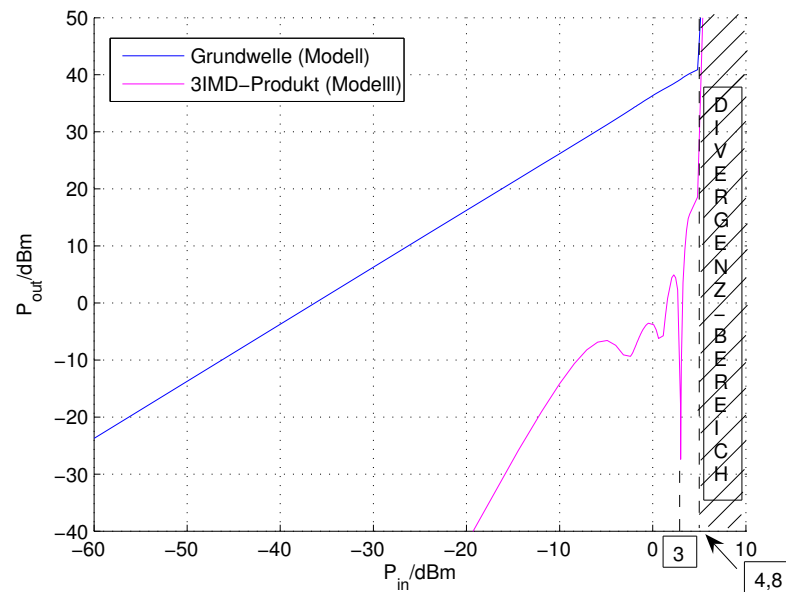


Abbildung A.5: Simulations-Ergebnis der gesamten Schaltung bei Schleifenabstimmung auf den Eingangspegel  $P_{in} \approx +3$  dBm

Wenn man das Simulationsergebnis mit der Abbildung 4.17 (Modellierung mit Eingangsleistungen bis -11 dBm) vergleicht, sieht man größere schwingungsförmige Abweichungen in der Simulation von den glatteren Verläufen der Messungen. Das bedeutet, die Modellierung der Leistungsverstärker mit Messdaten bis -9 dBm Eingangsleistung ist stärker durch Approximationsfehler gestört als die mit dem kleineren Eingangsleistungsbereich.

Die schwingungsförmige Phasen-Abweichung im Modell der beiden Leistungsverstärker für Eintonaussteuerung (im Bereich ca. -20 dBm bis ca. -10 dBm) ist ein Grund für dies Verhalten (Abbildungen 3.14 und 3.16). Das Verhalten des Phasengangs ist nicht parabolisch wie bei der Messung.

Die entsprechenden Bilder (wie die Abbildungen 4.12 und 4.13) zur Einstellung der beiden Schleifen wurden ebenso dargestellt, Abbildungen A.6 und A.7.

Die Abbildungen A.8 und A.9 zeigen der Pegelverlauf der Ausgangssignale (Betrag und Phase) der beiden Leistungsverstärker für die Nutzsignale und die 3IMD-Produkte vor dem Leistungsaddierer.

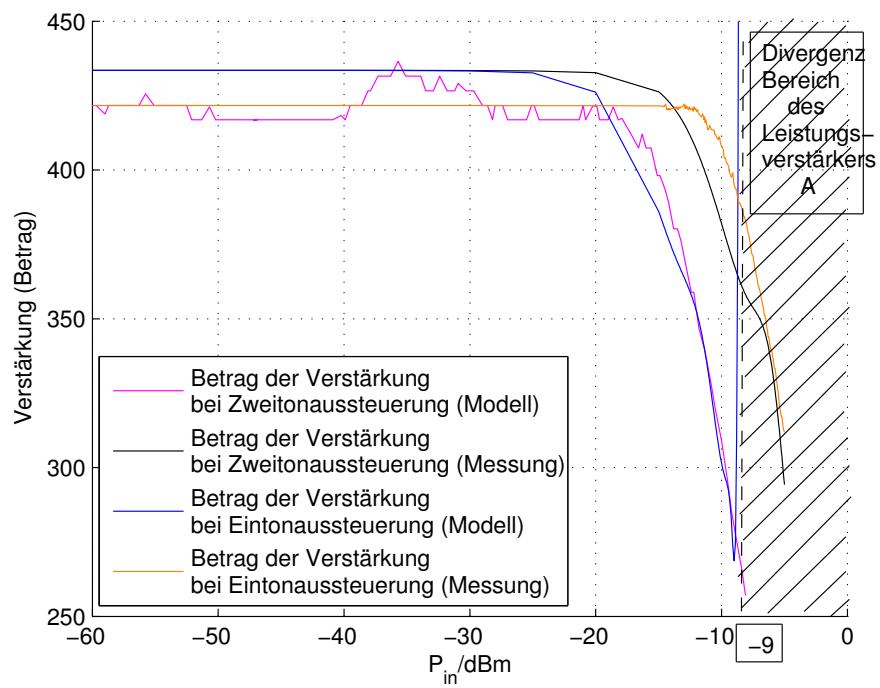


Abbildung A.6: Vergleich von Messung und Modellierung des Verstärkungsbetragsverlaufs des Leistungsverstärkers A für Ein- und Zweitonaussteuerung

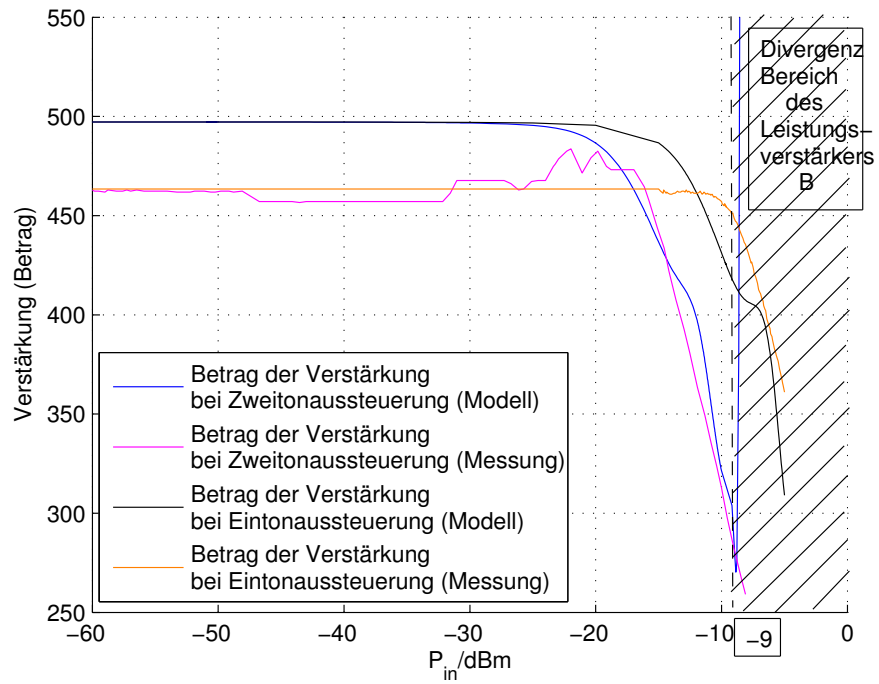


Abbildung A.7: Vergleich von Messung und Modellierung des Verstärkungsbetragsverlaufs des Leistungsverstärkers B für Ein- und Zweitonaussteuerung

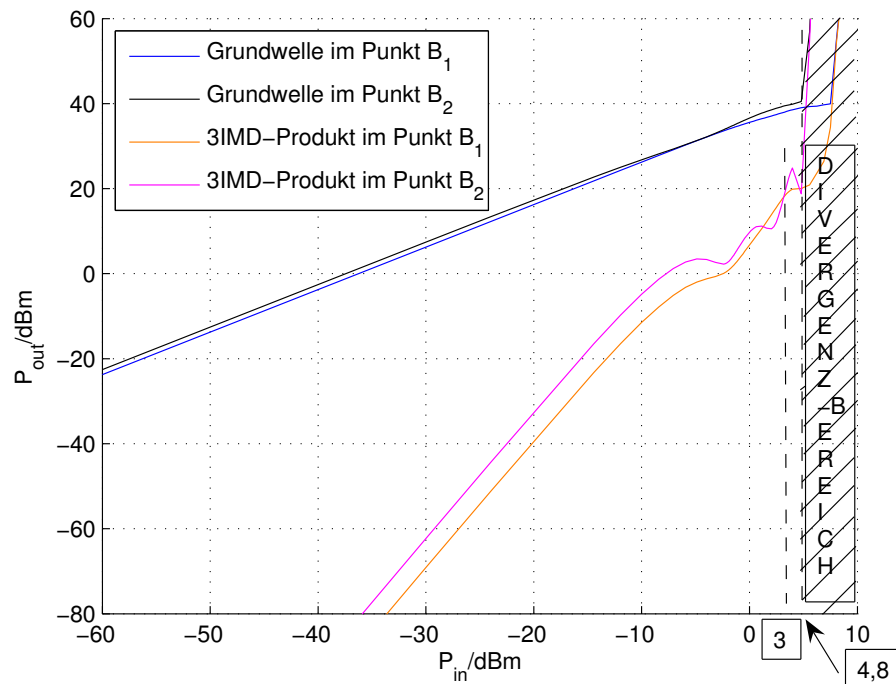


Abbildung A.8: Pegelverläufe vor dem Leistungsaddierer, eingestellt für  $P_{in} \approx +3$  dBm

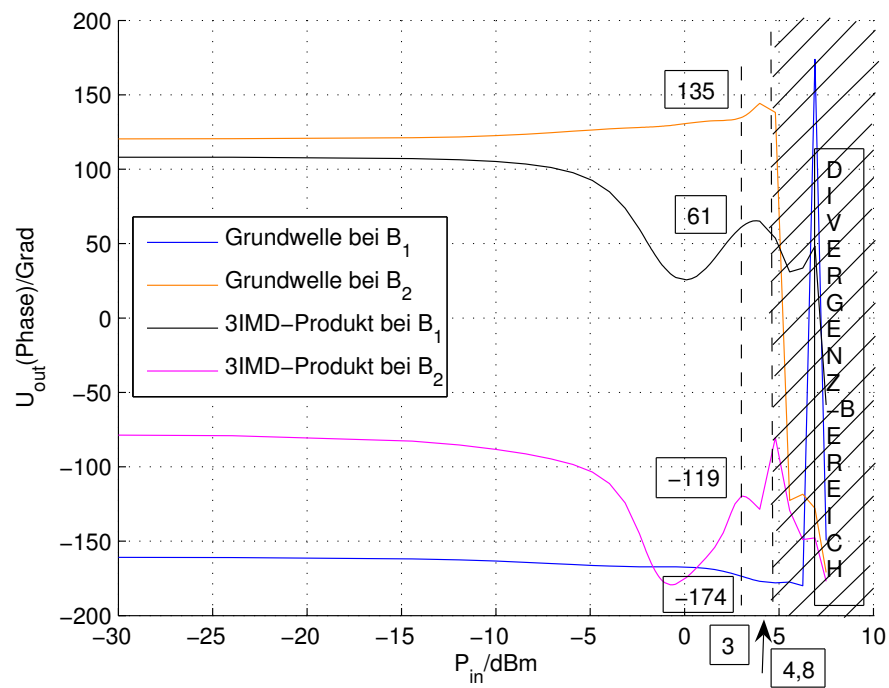


Abbildung A.9: Phasenverläufe vor dem Leistungsaddierer, eingestellt für  $P_{\text{in}} \approx +3$  dBm

# Literaturverzeichnis

- [Aik07] AIKIO, J.: *Frequency Domain Model Fitting and Volterra Analysis Implemented on top of Harmonic Balance Simulation*. In: Faculty of Technology, Department of Electrical and Information Engineering, University of Oulu, Finland, research work (2007)
- [Asi07] ASIF, S. Z.: *Wireless Communications Evolution to 3G and Beyond*, Artech House. 2007
- [Bla37] BLACK, H. S.: *Wave Translation System*. In: U. S. Patent 2,102,671, December 21 (1937)
- [Bod45] BODE, H. W.: *Network Analysis and Feedback amplifier Design*. In: D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, N. Journal (1945)
- [BR71] BEDROSIAN, E. ; RICE, S.: *The Output Properties of Volterra Systems (Non-linear Systems with Memory) Driven by Harmonic and Gaussian Inputs*. In: Proceeding of the IEEE Vol. 59 (1971), December, Nr. 12, S. 1688–1708
- [Cav90] CAVERS, J.: *Amplifier linearization using a digital predistorter with fast adaptation and low memory requirements*. In: IEEE Transactions on Vehicular Technology Vol. 39 (1990), November, Nr. 4, S. 374–382
- [Che94] CHERRY, J.: *Distortion Analysis of Weakly Nonlinear Filters Using Volterra series*. In: Ottawa-Carleton Institute for Electrical Engineering, Department of Electronics, Carleton University Ottawa, Ontario, Canada, Master-Arbeit (1994), December
- [Cho01] CHONG, E.: *The Volterra Series and The Direct Methode of Distortion Analysis*. In: University of Toronto, research work (2001)
- [CKS04] CHO, K. ; KIM, Jo. ; STAPLETON, S.: *RF High Power Doherty Amplifier for Improving the Efficiency of a Feedforward Linear Amplifier*. In: Department of Radio Science, Simon Fraser University, Korea, IEEE MTT-S Digest (2004)
- [Cor02] CORP, Unity Wireless S.: *A Minimalist Approach to Feedforward multi-carrier linear Power Amplifier*. In: Microwave Journal, Burnaby, BC, Canada (2002), December
- [CP02] CARVALHO, Nuno borges d. ; PEDRO, Jose C.: *A Comprehensive Explantion of Distortion Sideband Asymmetries*. In: IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques Vol. 50 (2002), September, Nr. 9

- [Det97] DETKEN, K.: *GSM-Global System for Mobile Kommunikation-Der Mobilfunkstandard*, Wissenschaftsverlag, Aachen. 1997
- [Dis07] DISCO, D.: *A guide to the Fast Fourier Transform*, URL: <http://www.mathworks.fr/matlabcentral/fileexchange/5654-a-guide-to-the-fft-2nd-edition-plus>. (2007), April
- [EAP02] EISENBERG, J. ; ALTOS, L. ; PLEASANTON, S.: *Closed loop active cancellation technique(ACT)-based RF power architecture*. In: USA Patent, US 6,452,446 B1 (2002), September
- [EG97] EID, E. ; GHANNOUCHI, F. M.: *Adptive Nulling Loop Control for 1.7-GHz Feedforward Linearization System*. In: IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques Vol. 45 (1997), January, Nr. 1
- [EV97] EBERSPÄCHER, J. ; VÖGEL, H.: *GSM Global system for Mobile Communication*, B. G. Teubner Stuttgart. 1997
- [Fin02] FINZEL, J.: *Leistungsverstärker mit Leistungsaddition und Feedforward-Linearisierung*. In: Fachgebiet Hochfrequenztechnik, K. Solbach, Universität Duisburg-Essen, Germany, Diplomarbeit (2002), März
- [Fre06] FREYHOFF, T.: *Nachverzerrungsschaltung für rauscharme Empfänger*. In: Fachgebiet Hochfrequenztechnik, K. Solbach, Universität Duisburg-Essen, Germany, Studienarbeit (2006), Juni
- [Fre07] FREYHOFF, T.: *Untersuchung neuer Technologien zur Relisierung von Kurzwellen-Leistungsverstärkern*. In: Fachgebiet Hochfrequenztechnik, K. Solbach, Universität Duisburg-Essen, Germany, Diplomarbeit (2007), Februar
- [GL04] GIANNINI, F. ; LEUZZI, G.: *Nonlinear Microwave Circuit Design*, John Wiley & Sons. 2004
- [Gol05] GOLDSMITH, A.: *Wireless Communications*, Cambridge University Press. 2005
- [Hen06] HENZE, J.: *Automatische Charakterisierung von 3G-WCDMA Mobiltelefon-Leistungsendstufen zum Test digitaler Vor-Verzerrung*. In: Institut für Technologien der Informationstechnik (Halbleitertechnik), F. J. Tegude, Universität Duisburg-Essen, Germany, Master-Arbeit (2006), Februar
- [HM05] HAY, S. ; MOHE, M.: *Modern Wireless Communication*, McMaster University Hamilton, Ontario, Canada, Pearson Perentice Hall. 2005
- [HMO86] HU, J. ; MOLLIER, J. ; OBREGON, J.: *A new method of third-order intermodulation reduction in nonlinear microwave System*. In: IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques Vol. 34 (1986), February, Nr. 2, S. 245–250
- [JM91] JOHANSSON, M. ; MATTSSON, T.: *Transmitter linearization using Cartesian feedback for linear TDMA modulation*. In: Proceeding of the 41.st IEEE Vehicular Technology Conference, Lund University, Sweden (1991), May, S. 439–444

- [JS94] JOHANSSON, M. ; SUNDSTROEME, L.: *Linearisation of RF multicarrier amplifier using Cartesian feedback*. In: Electronics Letters Vol. 30 (1994), July, Nr. 14, S. 1110–1111
- [JS03] JEONG, Y. ; SONG, Yo.: *A novel Adaptive Feedforward Amplifier using an analog controller*. In: Chonbuk National University, Korea, Microwave Journal (2003), April
- [KB96] KENINGTON, P. ; BENNETT, D.: *Linear Distortion Correction Using a Feedforward System*. In: IEEE Transactions on Vehicular Technology Vol. 45 (February 1996), Nr. 1
- [Ken00] KENINGTON, P. B.: *High-Linearity RF amplifier design*, Artech House. 2000
- [Khi94] KHILLA, A. M.: *Linearisierer für Wanderfeldröhren in zukünftigen Nachrichtensatelliten und Bodenstationen*. In: Travelling Wave Tube Linearizer for Future Communication Satellites and Ground Station Vol. 46 (1994), S. 227–232
- [KLY97] KANG, S. ; LEE, Il. ; YOO, Ki.: *Analysis and Design of Feedforward power Amplifier*. In: IEEE, Electronics and Telecommunications Research Institute, 161 Kajung-Dong, 305-350, KOREA (1997)
- [LO31] LONG, J. ; OBERMANN, M.: *Feed forward distortion minimization circuit*. In: US Patent, US077532 (1991-12-31)
- [Lob94] LOBENSOMMER, H.: *Die Technik der modernen Mobilkommunikation*, Franzis-Verlag GmbH, München. 1994
- [LS91] LUNSFORD, P. ; STEER, M.: *The Relationship between Bivariate Volterra Analysis and Power Series Analysis with Application to the Behavioral Modeling of Microwave Circuits*. In: International Journal of Microwave and Millimeter-Wave Computer-Aided Engineering Vol. 1 (1991), Nr. 3, S. 253–262
- [ME74] MEYER, R. G. ; ESCHENBACH, R.: *A Wide-Band Feedforward Amplifier*. In: IEEE J. Solid-State Circuits Vol. 9 (1974), December, Nr. 6, S. 422–428
- [Mye94] MYER, D. P.: *A multicarrier Feedforward Amplifier design*. In: Technical feature, Microwave Journal (1994), October, S. 78–88
- [Nei08] NEINHÜS, M.: *FIR-Filter basierte Steuerung von Ultrabreitbandigen Gruppenantennen*. In: Universität Duisburg-Essen, Fachbereich Elektrotechnik, Hochfrequenztechnik, K. Solbach, Dissertation (2008), April
- [Nyq32] NYQUIST, H.: *Regeneration Theory*. In: Bell System Technic Journal Vol. II (1932), S. 126–147
- [OE00] OEZ, O. ; ELICIN, M. A.: *Feed Forward Leistungsverstärker für GSM*. In: Fachgebiet Hochfrequenztechnik, K. Solbach, Universität Duisburg-Essen, Germany, Diplomarbeit (2000), September



- [OIM04] OGAWA, T. ; IWASAKI, T. ; MARUYAMA, H.: *High efficiency feed-forward amplifier using RF predistortion linearizer and the modified Doherty Amplifier*. In: SPC Electronics Corporation Tokyo, Japan, IEEE MTT-S Digest (2004)
- [Par00] PARK, U. H.: *Control circuit compensates error loop in Feedforward Amplifier*. In: Design Feature, Microwaves and RF Journal (2000), September
- [PBP88] PEREZ, F. ; BALLESTEROS, E. ; PEREZ, J.: *Analysis and design of microwave linearized amplifiers using active feedback*. In: IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques Vol. 36 (1988), March, Nr. 3, S. 499–50
- [PC03] PEDRO, J. ; CARVALHO, N.: *Intermodulation Distortion in Microwave and wireless Circuits*, Artech House. 2003
- [PK94] PARSONS, K. ; KENINGTON, P.: *The Efficiency of a Feedforward Amplifier with Delay Loss*. In: IEEE Transactions on Vehicular Technology Vol. 43 (May 1994), Nr. 2
- [Pot99] POTHECARY, N.: *Feedforward linear Power amplifier*, Artech House. 1999
- [PP93] PEDRO, J. C. ; PEREZ, J.: *An MMIC linearized amplifiers using active feedback*. In: IEEE Microwave and Millimeter-Wave Monolithic Circuits Symposium (1993), S. 95–98
- [PS07] PLASSMANN, W. ; SCHULZ, D.: *Grundlagen und Anwendungen für Elektrotechniker*, Vieweg Handbuch Elektrotechnik, 4.Auflage. 2007
- [Rah99] RAHKONEN, T.: *Basic of volterra analysis*. In: University of Oulu, Oulu, Finland, Dissertation (1999)
- [Ren01] REN, Q.: *Linearization Techniques for High Efficient Mobile Communication Transmitters*. In: Universität Duisburg-Essen, Fachbereich Elektrotechnik, Dissertation, Germany (2001), Februar
- [Sei71] SEIDEL, H.: *A microwave feed-forward experiment*. In: The Bell System Technical Journal Vol. 50 (1971), November, Nr. 9, S. 2879–2916
- [03] S. A. Maas: *Nonlinear Microwave and RF Circuit*, Artech House. 2003
- [Unb97] UNBEHAUEN, H.: *Reglungstechnik II, Zustandreglungen, digitale und nichtlineare Regelsysteme*, Vieweg & Sohn Verlag, Wiesbaden. 1997
- [VR03] VUOLEVI, J. ; RAHKONEN, T.: *Distortion in RF Power Amplifier*, Artech House. 2003
- [WY03] WOO, Y. ; YANG, You.: *An adaptive Feedforward Amplifier for WCDMA base stations using imperfect signal cancellation*. In: Microwave Journal (2003), April
- [XH06] XIANGQIAN, G. ; HONGWEN, K.: *The least-square method in complex number domain*. In: Progress in Natural Science Vol. 16 (2006), March, Nr. 3

- [YSL99] YU, W. ; SEN, Su. ; LEUNG, B.: *Distortion Analysis of MOS Track-and-Hold Sampling Mixers Using Time-Varying Volterra Serie*. In: IEEE Transaction on Circuit and System-II, Analog and Digital Signal Processing Vol. 46 (1999), February, Nr. 2
- [YWK03] YANG, Y. ; WOO, You. Y. ; KIM, B.: *Optimization for error-canceling loop of the Feedforward Amplifier using a new system level mathematical model*. In: IEEE Transaction on Microwave Theory and Techniques Vol. 51 (2003), February, Nr. 2